



# Couplage noyau - Champ électromagnétique : de la mesure à son interprétation

M.-G. Porquet

## ► To cite this version:

M.-G. Porquet. Couplage noyau - Champ électromagnétique : de la mesure à son interprétation. École thématique. Ecole Joliot Curie "Noyau, champ et cortège", Maubuisson, (France), du 13-18 septembre 1999 : 18ème session, 1999. cel-00654186

**HAL Id: cel-00654186**

**<https://cel.hal.science/cel-00654186>**

Submitted on 21 Dec 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# COUPLAGE NOYAU - CHAMP ELECTROMAGNETIQUE

## De la mesure à son interprétation

Marie-Geneviève PORQUET

CSNSM - Bât 104-108 - F-91405 ORSAY Campus

### RESUME

La mesure des réponses d'un noyau à un champ électromagnétique nous permet d'accéder à des informations fondamentales sur sa structure interne par l'intermédiaire d'éléments de matrice de transition ou de moments multipolaires. Leurs valeurs mesurées dépendent à la fois de propriétés individuelles, telles que les orbites occupées par les particules de valence, et de comportements collectifs. L'accès à ces informations nécessite donc l'utilisation de modèles. Sont discutées dans ce cours les propriétés électromagnétiques des noyaux dans le cadre de modèles à particules indépendantes dans un potentiel sphérique, puis de modèles macroscopiques décrivant la vibration d'un noyau autour d'une forme sphérique ou la rotation d'un noyau déformé.

### ABSTRACT

Fundamental information on internal structure of nuclei can be provided from electromagnetic transition matrix elements or static electric and magnetic moments. The measured values depend of both individual properties, as orbits occupied by valence nucleons, and collective behaviours. Numerous models are used to extract such information. This lecture describes electromagnetic properties of nuclei in the framework of several simple models, from single particle motion (independent particles moving in a spherical potential), to collective motions (vibration around a spherical shape and rotation of a deformed nucleus).

### I- INTRODUCTION

Les propriétés statiques et dynamiques des noyaux atomiques sont étudiées expérimentalement en utilisant diverses sondes : on observe la réponse à l'interaction sonde-noyau. En pratique, on mesure des éléments de matrice du type :  $|M_\alpha|^2 = |\langle \psi_f | h_\alpha | \psi_i \rangle|^2$ , où  $h_\alpha$  est l'hamiltonien de l'interaction,  $\psi_i$  et  $\psi_f$  sont les fonctions d'onde initiale et finale du système. Il n'y a, a priori, aucune raison de se limiter dans le choix du type d'interaction, interaction forte, interaction électromagnétique, interaction faible : elles donnent, chacune, des informations complémentaires. L'interaction électromagnétique a le grand avantage d'être très bien connue. Ainsi les valeurs mesurées des éléments de matrice vont donner directement accès à des informations sur les fonctions d'onde des états nucléaires.

Dans ce cours, vont être discutées diverses méthodes utilisées pour extraire et interpréter ces informations à partir de mesures (i) de moments multipolaires de type électrique ou magnétique (élément de matrice diagonal :  $\psi_i = \psi_f$ ), (ii) d'éléments de matrice de transition de type électrique ou magnétique, entre un état initial et un état final. Les méthodes expérimentales utilisées sont discutées dans les autres cours.

## II- QUELQUES RAPPELS ET DEFINITIONS

### II-1 Moments multipolaires

Toute distribution de charges électriques et de courants (comme le noyau atomique) produit des champs électriques et magnétiques, dont les variations avec la distance au centre de la distribution sont caractéristiques de la répartition spatiale. Par exemple, dans le cas particulier où la distribution de charges électriques est ponctuelle, la dépendance spatiale du champ électrique produit est en  $1/r^2$  ; ou encore, un dipôle électrique donne un champ dont la dépendance spatiale est en  $1/r^3$ .

D'une manière générale, le champ électrique produit par une distribution quelconque de charges peut être décomposé sur la base des fonctions  $1/r^n$ , chacun des coefficients étant proportionnel au moment multipolaire électrique correspondant. Le moment monopolaire (ordre  $\lambda = 0$ ), qui n'est rien d'autre que la charge totale, intervient dans le terme en  $1/r^2$  ; le moment dipolaire  $D$  (ordre  $\lambda = 1$ ) intervient dans le terme en  $1/r^3$ , quant au terme en  $1/r^4$ , il est proportionnel au moment quadrupolaire  $Q$  (ordre  $\lambda = 2$ ). Il en est de même pour la décomposition du champ magnétique.

Les distributions de charges et de courants les plus simples donnent seulement naissance aux ordres multipolaires les plus bas : tous les autres ordres sont nuls. Chaque moment multipolaire a une parité, déterminée par le comportement de l'opérateur associé quand on change  $r$  en  $-r$ . Ainsi, la parité du moment électrique d'ordre  $\lambda$  est  $(-1)^\lambda$  ; celle du moment magnétique d'ordre  $\lambda$  est  $(-1)^{\lambda+1}$ .

Les valeurs des moments multipolaires statiques (caractérisant un état quantique du noyau) sont obtenues en calculant la valeur moyenne du moment multipolaire  $\mathfrak{M}$  dans l'état  $\psi$ , c'est-à-dire une intégrale de la forme  $\int \psi^* \mathfrak{M} \psi d^3\vec{r}$ . Si l'état nucléaire  $\psi$  a une parité déterminée (positive ou négative), ce qui implique que le produit  $\psi^* \psi$  soit pair, alors la fonction à intégrer sur tout l'espace a la parité du moment multipolaire : ainsi les valeurs moyennes de tous les moments multipolaires impairs sont strictement nulles. C'est la raison pour laquelle la valeur du dipôle électrique statique est nul dans la majorité des cas, puisque la parité est, en règle générale, bon nombre quantique. L'exception concerne les noyaux dont la distribution de charge ne posséderait pas la symétrie droite-gauche (symétrie miroir), la discussion de l'existence de ce type de déformation sera développée plus loin.

### II-2 Opérateurs multipolaires électriques et magnétiques

Les opérateurs multipolaires électriques et magnétiques, d'ordre  $\lambda, \mu$ , s'expriment sous forme de produit d'une fonction de Bessel d'ordre  $\lambda$ , contenant la dépendance radiale ( $r$ ) et dépendant également du vecteur d'onde du photon  $k$ , et d'une fonction "harmonique sphérique" d'ordre  $\lambda, \mu$ , contenant la dépendance angulaire ( $\theta, \phi$ ).

Puisque la longueur d'onde des rayonnements gammas considérés est bien supérieure aux dimensions du noyau, on peut développer les fonctions de Bessel au premier ordre,  $j_\lambda(kr) \approx \frac{(kr)^\lambda}{(2\lambda+1)!!}$ .

Ainsi les dépendances radiales et angulaires des opérateurs multipolaires électriques et magnétiques qui vont intervenir dans les intégrales du type  $\int \psi^* \mathfrak{M} \psi d^3\vec{r}$ , sont des fonctions de  $r^\lambda Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi)$ .

### II-3 Eléments de matrice réduits

#### a- définition

Le calcul des éléments de matrice de transition de type électrique ou magnétique, entre un état initial de fonction d'onde  $\psi_i$  et un état final de fonction d'onde  $\psi_f$  met en jeu une intégrale de la forme  $\int \psi_f^* \mathfrak{M} \psi_i d^3\vec{r}$ . En d'autres termes, partant d'un état initial  $|\alpha_i; J_i M_i\rangle$ , état propre de moment angulaire avec la valeur propre  $J_i$ , de projection  $M_i$  ( $\alpha_i$  représentant tous les autres nombres quantiques caractérisant l'état initial) et arrivant sur l'état final  $|\alpha_f; J_f M_f\rangle$ , l'élément de matrice du moment  $M$  de caractère  $\sigma$  (électrique ou magnétique) et d'ordre  $\lambda \mu$  (avec  $\mu \leq \lambda$ ), s'écrit  $\langle \alpha_f; J_f M_f | \mathfrak{M}(\sigma \lambda \mu) | \alpha_i; J_i M_i \rangle$ .

On appelle **élément de matrice réduit**, la sommation des carrés des éléments de matrice sur les projections  $M_f$ ,  $M_i$  et  $\mu$  (en conservant  $M_f = M_i + \mu$ ), c'est-à-dire la quantité  $B(\sigma \lambda; J_i \rightarrow J_f)$  définie par

$$B(\sigma \lambda; J_i \rightarrow J_f) = \sum_{M_f, \mu} \left| \langle \alpha_f; J_f M_f | \mathfrak{M}(\sigma \lambda \mu) | \alpha_i; J_i M_i \rangle \right|^2$$

ce qui donne, après application du théorème de Wigner-Eckart,

$$B(\sigma \lambda; J_i \rightarrow J_f) = \frac{1}{2J_i + 1} \left| \langle \alpha_f || \mathfrak{M}(\sigma \lambda) || \alpha_i \rangle \right|^2$$

#### b- relation avec la probabilité de désexcitation

Les éléments de matrice réduits peuvent être mesurés grâce à l'interaction coulombienne, par exemple : la valeur mesurée de la section efficace d'excitation coulombienne donne celle de l'élément de matrice réduit recherché (voir le cours de J. Kiener).

On peut également obtenir l'information recherchée par l'intermédiaire de la probabilité d'émission spontanée : le noyau, dans un état initial d'excitation (caractérisé par les nombres quantiques  $|\alpha_i; J_i M_i\rangle$ ) émet un rayonnement d'énergie  $\hbar\omega$ , de caractère  $\sigma$  (électrique ou magnétique), d'ordre multipolaire  $\lambda$ , et se retrouve, après émission, dans un état final  $|\alpha_f; J_f M_f\rangle$ .

La probabilité d'émission est proportionnelle à l'énergie de la transition élevée à la puissance  $2\lambda+1$  ainsi qu'à l'élément de matrice réduit (voir le cours de Ch. Leclercq-Willain). Elle s'écrit sous la forme :

$$T_{if}(\sigma \lambda) = \frac{8\pi(\lambda+1)}{\lambda[(2\lambda+1)!!]^2} \frac{1}{\hbar} \left( \frac{\omega}{c} \right)^{2\lambda+1} B(\sigma \lambda; J_i \rightarrow J_f)$$

La probabilité d'émission  $T_{if}$ , qui a la dimension de l'inverse d'un temps (son unité est  $s^{-1}$ ), est reliée à la durée de vie du niveau émetteur. Considérons un niveau de demi-vie  $T_{1/2}$  ayant plusieurs chemins de désexcitation. Soit  $P_{tot}$  la probabilité de désexcitation totale, la demi-vie est, par définition,

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{P_{tot}} \text{ et inversement } P_{tot} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \sum_f T_{if}(\sigma \lambda \mu). \text{ Soit } R_f(\sigma \lambda) \text{ le rapport de branchement de la}$$

transition gamma considérée (la somme de tous les rapports de branchement étant normalisée à 1),

$$\text{alors } T_{if} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} R_f(\sigma \lambda).$$

Le tableau 1 donne les formules liant les probabilités de transition  $T(\sigma \lambda)$  et les probabilités de transition réduites  $B(\sigma \lambda)$ .

**Remarque :** Les valeurs des probabilités de transition réduite entre deux états dépendent du sens de

$$\text{la transition, } B(\sigma \lambda; J_a \rightarrow J_b) = \frac{2J_b + 1}{2J_a + 1} B(\sigma \lambda; J_b \rightarrow J_a).$$

**Tableau 1**

Probabilités de transition  $T(\sigma \lambda)$ , en  $s^{-1}$ , et probabilités de transition réduites  $B(\sigma \lambda)$ ,  
(les unités de  $B(E\lambda)$  sont  $e^2 fm^{2\lambda}$  et celles de  $B(M\lambda)$  sont  $\mu_N^2 fm^{2\lambda-2}$ ; les énergies de  
transition gamma sont en MeV)

$T(E1) =$	$1.59 \cdot 10^{15}$	$(E_\gamma)^3$	$B(E1)$	$ $	$T(M1) =$	$1.76 \cdot 10^{13}$	$(E_\gamma)^3$	$B(M1)$
$T(E2) =$	$1.22 \cdot 10^9$	$(E_\gamma)^5$	$B(E2)$	$ $	$T(M2) =$	$1.35 \cdot 10^7$	$(E_\gamma)^5$	$B(M2)$
$T(E3) =$	$5.67 \cdot 10^2$	$(E_\gamma)^7$	$B(E3)$	$ $	$T(M3) =$	$6.28 \cdot 10^0$	$(E_\gamma)^7$	$B(M3)$
$T(E4) =$	$1.69 \cdot 10^{-4}$	$(E_\gamma)^9$	$B(E4)$	$ $	$T(M4) =$	$1.87 \cdot 10^{-6}$	$(E_\gamma)^9$	$B(M4)$

$B(E1) =$	$6.29 \cdot 10^{-16}$	$(E_\gamma)^{-3}$	$T(E1)$	$ $	$B(M1) =$	$5.68 \cdot 10^{-14}$	$(E_\gamma)^{-3}$	$T(M1)$
$B(E2) =$	$8.20 \cdot 10^{-10}$	$(E_\gamma)^{-5}$	$T(E2)$	$ $	$B(M2) =$	$7.41 \cdot 10^{-8}$	$(E_\gamma)^{-5}$	$T(M2)$
$B(E3) =$	$1.76 \cdot 10^{-3}$	$(E_\gamma)^{-7}$	$T(E3)$	$ $	$B(M3) =$	$1.59 \cdot 10^{-1}$	$(E_\gamma)^{-7}$	$T(M3)$
$B(E4) =$	$5.92 \cdot 10^3$	$(E_\gamma)^{-9}$	$T(E4)$	$ $	$B(M4) =$	$5.35 \cdot 10^5$	$(E_\gamma)^{-9}$	$T(M4)$

### III- NOYAUX SPHERIQUES : MODELES A UNE PARTICULE

#### III-1 Généralités sur le potentiel central

On va chercher à obtenir des expressions simples pour évaluer les moments multipolaires et les probabilités de transition réduites. La première approximation consiste à considérer le cas extrême où le moment multipolaire ainsi que la transition électromagnétique ne seraient dus qu'au mouvement d'un seul nucléon, les autres nucléons du noyau restant spectateurs. Ainsi les fonctions d'onde nécessaires à l'évaluation de l'intégrale ne concernent plus qu'un seul nucléon.

En supposant que le nucléon se meut dans un potentiel central (cas d'un noyau sphérique), le moment angulaire orbital du nucléon est bon nombre quantique. Ainsi les fonctions propres, caractérisés par  $|\alpha; LJM\rangle$ , ont une partie angulaire très simple, la fonction harmonique sphérique  $Y_{LM}(\theta, \varphi)$ ; quant à la fonction donnant la partie radiale,  $R_{\alpha LJM}(r)$ , elle dépend explicitement de la forme du potentiel utilisé. Plusieurs choix vont être discutés dans les paragraphes suivants.

## III-2 Calcul du moment dipolaire magnétique

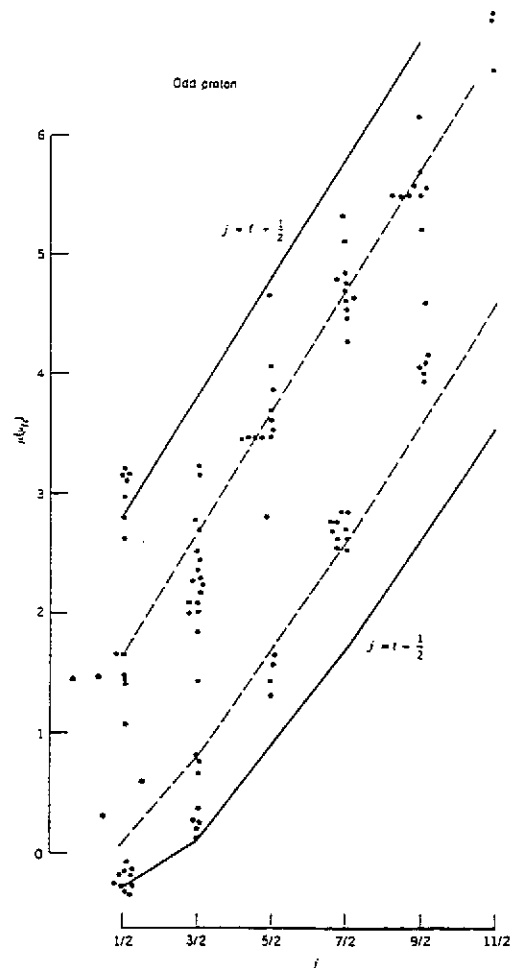
Considérons un nucléon sur une orbite du modèle en couches et calculons son moment dipolaire magnétique  $\mu$  qui, par définition, est la valeur moyenne de l'opérateur dipolaire magnétique dans l'état  $M = J$ . Cet opérateur comprend deux termes, celui associé au mouvement orbital (on assimile l'orbite à une boucle circulaire de courant) et celui associé au mouvement intrinsèque :  $\bar{\mu} = g_l \bar{\ell} + g_s \bar{s}$ , où  $g_l$  est le facteur gyromagnétique orbital ( $g_l = 1$  pour un proton et  $g_l = 0$  pour un neutron) et  $g_s$  est le facteur gyromagnétique de spin ( $g_s = +5.5855$  pour un proton libre et  $g_s = -3.82629$  pour un neutron libre ; on dénote généralement ces valeurs par le sigle,  $g_s(\text{free})$ ).

Le calcul ne nécessite pas la connaissance de la partie radiale de la fonction d'onde du nucléon, il n'utilise que le fait que l'orbite du modèle en couche est fonction propre des opérateurs  $L^2$ ,  $S^2$  et  $J^2$ . On obtient le résultat suivant, l'unité étant le magnéton nucléaire,  $\mu_N = e\hbar/2m_N$  :

$$\text{si } j = \ell + 1/2 : \langle \mu \rangle = [g_l(j - 1/2) + 1/2 g_s] \mu_N$$

$$\text{si } j = \ell - 1/2 : \langle \mu \rangle = \frac{1}{j+1} [g_l j(j+3/2) - 1/2 g_s] \mu_N$$

Ces deux fonctions, connues sous le nom de "lignes de Schmidt", sont représentées sur la figure 1, en utilisant les valeurs des facteurs gyromagnétiques de spin des nucléons "libres",  $g_s(\text{free})$  (lignes en trait plein), pour le cas des noyaux impairs en proton. Les points expérimentaux sont beaucoup plus proches des valeurs calculées si on utilise  $g_s = 0.6 g_s(\text{free})$  (lignes en tirets); cela indique l'influence du milieu nucléaire sur les propriétés de spin des nucléons.



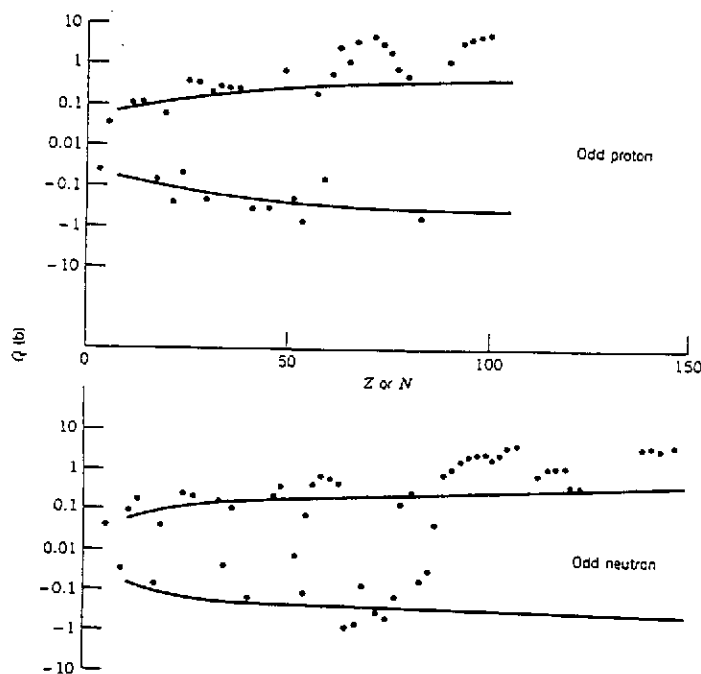
**figure 1** : Comparaison des valeurs expérimentales des moments dipolaires magnétiques (points) et des valeurs théoriques, lignes de Schmidt calculées avec  $g_s(\text{free})$  (lignes en trait plein) et avec  $0.6g_s(\text{free})$  (lignes en tirets).

### III-3 Calcul du moment quadrupolaire électrique

Considérons un seul nucléon sur une orbite du modèle en couches : son mouvement engendre un moment quadrupolaire électrique, même si le potentiel possède une symétrie sphérique (seule une couche pleine retrouve une distribution de charge à symétrie sphérique, de moment quadrupolaire électrique nul). Le moment quadrupolaire électrique est la valeur moyenne de l'opérateur  $(3z^2 - r^2)$  dans l'état  $M=J$ . L'orbite associée à cet état est proche du plan (x,y), puisque la valeur de M, projection du moment angulaire sur l'axe z, est maximum. Ainsi, la valeur moyenne de  $z^2$  est nulle et le moment quadrupolaire électrique est proportionnel à la valeur moyenne du carré du rayon de

l'orbite :  $Q_{sp} = -\frac{2J-1}{2(J+1)} \langle r^2 \rangle$ . L'évaluation de ce moment nécessite donc la connaissance de la partie radiale de la fonction d'onde du nucléon. L'hypothèse la plus simplificatrice consiste à supposer que la probabilité de présence du nucléon en chaque point à l'intérieur du noyau est indépendante de

sa localisation, c'est-à-dire que la fonction radiale  $R_{\alpha LJM}(r)$  est constante à l'intérieur du noyau et est nulle à l'extérieur. Les valeurs obtenues pour  $Q_{sp}$  sont reportées, sur la figure 2, en trait plein. On peut remarquer que si ces estimations sont en accord avec certaines valeurs expérimentales (points), il existe des désaccords d'un facteur plus grand que 10.



**figure 2 :** Moments quadrupolaires électriques  $Q = f(Z \text{ ou } N)$ , comparaison des valeurs expérimentales (points) et des valeurs théoriques obtenues dans le modèle à une particule.

### III-4 Estimations de Weisskopf

Passons maintenant aux estimations des probabilités de transition réduite faites par V. Weisskopf,

Partant de l'expression générale,  $B(\sigma \lambda; J_i \rightarrow J_f) = \frac{1}{2J_i + 1} |\langle \alpha_f || \mathcal{M}(\sigma \lambda) || \alpha_i \rangle|^2$  et considérant la

forme des opérateurs multipolaires, on peut constater que la partie angulaire des éléments de matrice à calculer s'exprime sous forme analytique à l'aide de produits de coefficients de Clebsh-Gordan ou de symboles "3j", puisque les états "i" et "f" du noyau sont états propres des moments angulaires  $L^2$ ,  $S^2$  et  $J^2$ . Pour le calcul de la partie radiale, l'approximation utilisée par V. Weisskopf est la même que

celle décrite au paragraphe précédent : la fonction d'onde du nucléon responsable de la transition  $\gamma$  est supposée constante à l'intérieur du noyau ( $r < 1.2 A^{1/3}$ ) et nulle à l'extérieur.

Les résultats de ces estimations sont reportées dans la première partie du tableau 2. Il faut noter que ces calculs ont nécessité une information supplémentaire, puisque seul le moment angulaire du photon,  $\lambda$ , y figure explicitement, alors que l'expression générale dépend des valeurs de  $J_i$ ,  $L_i$ ,  $J_f$ ,  $L_f$ ,  $\lambda$ , par l'intermédiaire de coefficients de Clebsch-Gordan. Il a donc été imposé que l'état initial a un moment angulaire **total**  $J_i = \lambda + 1/2$  (avec un moment **orbital**  $L_i = \lambda$ ) et l'état final a un moment angulaire **total**  $J_f = 1/2$  (avec un moment **orbital**  $L_f = 0$ ) : ainsi le coefficient de Clebsch-Gordan mettant en jeu l'addition des trois vecteurs,  $L_i$ ,  $\lambda$ ,  $L_f$ , est toujours différent de 0. On discutera, aux paragraphes III-6b et c, la validité de cette simplification.

La seconde partie du tableau 2 donne les probabilités d'émission correspondantes, calculées à l'aide des relations données dans le tableau 1.

**Tableau 2 :**

Estimations de Weisskopf pour les éléments de matrice réduits  $B_W(\sigma\lambda)$  (les unités de  $B(E\lambda)$  sont  $e^2\text{fm}^{2\lambda}$  et celles de  $B(M\lambda)$  sont  $\mu_N^2 \text{fm}^{2\lambda-2}$ ) et pour les probabilités d'émission  $T_W(\sigma L)$ , en  $\text{s}^{-1}$  (les énergies de transition gamma sont en MeV)

$B_W(E1) = 6.45 \cdot 10^{-2} A^{2/3}$		$B_W(M1) = 1.79$	
$B_W(E2) = 5.94 \cdot 10^{-2} A^{4/3}$		$B_W(M2) = 1.65$	$A^{2/3}$
$B_W(E3) = 5.94 \cdot 10^{-2} A^2$		$B_W(M3) = 1.65$	$A^{4/3}$
$B_W(E4) = 6.29 \cdot 10^{-2} A^{8/3}$		$B_W(M4) = 1.75$	$A^2$

$T_W(E1) = 1.02 \cdot 10^{14} A^{2/3} (E_\gamma)^3$		$T_W(M1) = 3.12 \cdot 10^{13} (E_\gamma)^3$
$T_W(E2) = 7.23 \cdot 10^7 A^{4/3} (E_\gamma)^5$		$T_W(M2) = 2.21 \cdot 10^7 A^{2/3} (E_\gamma)^5$
$T_W(E3) = 3.37 \cdot 10^1 A^2 (E_\gamma)^7$		$T_W(M3) = 1.03 \cdot 10^1 A^{4/3} (E_\gamma)^7$
$T_W(E4) = 1.06 \cdot 10^{-5} A^{8/3} (E_\gamma)^9$		$T_W(M4) = 3.25 \cdot 10^{-6} A^2 (E_\gamma)^9$

On ne s'attend évidemment pas à ce que ces estimations de Weisskopf soient en véritable accord avec les résultats expérimentaux, du fait des approximations utilisées pour les obtenir. Mais leur dépendance en fonction de la taille des noyaux est correcte. Ainsi ces estimations vont servir d'unités pour exprimer les valeurs des probabilités de transition réduites, ce qui permettra de les comparer indépendamment de la masse des noyaux.

Le facteur  $F$ , défini par :  $F = \frac{B_{\text{exp}}(\lambda)}{B_W(\lambda)} = \frac{T_{\text{exp}}(\lambda)}{T_W(\lambda)}$ , donne la valeur de la probabilité de transition réduite en unités Weisskopf (W.u. en anglais).  $F$  peut être soit inférieur à 1, on parle alors de facteur d'interdiction (en utilisant le terme "transition  $1/F$  fois interdite"), soit supérieur à 1, on le nomme alors facteur d'accélération ...



### III-5 Systématiques de probabilités de transition réduites

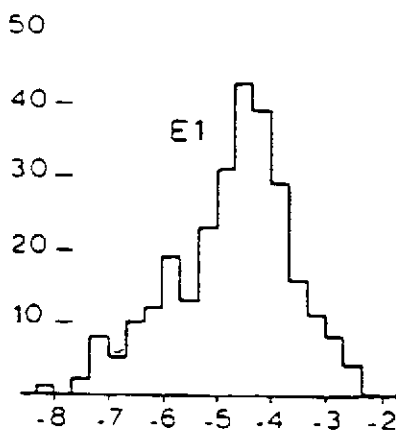
Des milliers de valeurs de probabilités de transition réduites E1 à E4 et M1 à M4, exprimées en unités Weisskopf, ont été comparées dans 3 régions de masse :  $A = 6-44$  [En79a],  $A = 45-90$  [En79b],  $A = 91-150$  [En81]. Ces trois compilations ont permis de déterminer le domaine de variation des valeurs des probabilités et donc de donner les valeurs limites de ces valeurs. Inversement, ces limites peuvent être utilisées lorsqu'on cherche à éliminer des multipolarités possibles pour une transition dont on connaît la probabilité de transition réduite.

**Tableau 3**

Limites supérieures des valeurs des probabilités de transition réduites, exprimées en unités Weisskopf (Recommended Upper Limit, RUL) [NDS]

ordre	$A = 6-44$	$A = 45-150$	$A > 150$
E1	0.3	0.01	0.01
E2	100	300	1000
E3	100	100	100
E4	100	100	-
M1	10	3	2
M2	3	1	1
M3	10	10	10
M4	-	30	10

La figure 3 illustre le cas caractéristique des transitions E1 qui sont toujours très nettement retardées par rapport aux estimations. En ce qui concerne la région de masse  $A = 91-150$  dont les résultats sont présentés sur la figure, le maximum de la distribution des valeurs des  $B(E1)$  est centrée sur  $F = 10^{-4} - 10^{-5}$ .



**figure 3** : Distribution des valeurs de  $\log F$  des transitions E1 de la région de masse  $A = 91-150$

Les transitions M1 semblent mieux prédites : par exemple, pour la majorité des transitions de la région de masse  $A = 45-90$ , la distribution s'étend de  $F = 10^{-2}$  à  $F = 1$ .

Ces comportements sont dus aux approximations effectuées pour estimer les probabilités de transition réduites. Est-ce que les nombres quantiques des états mis en jeu sont en accord avec la simplification

$J_i = \lambda + 1/2$  et  $J_f = 1/2$  ? ou bien faut-il rejeter l'hypothèse de base, les transitions électromagnétiques ne sont dues qu'à un seul nucléon ?

### III-6 Potentiels réalistes

L'objectif de paragraphe est de traiter le cas d'une particule célibataire de la façon la moins incorrecte possible, en utilisant les états propres d'un potentiel nucléaire assez réaliste, afin d'estimer si l'hypothèse de transition à une particule est justifiée ou non.

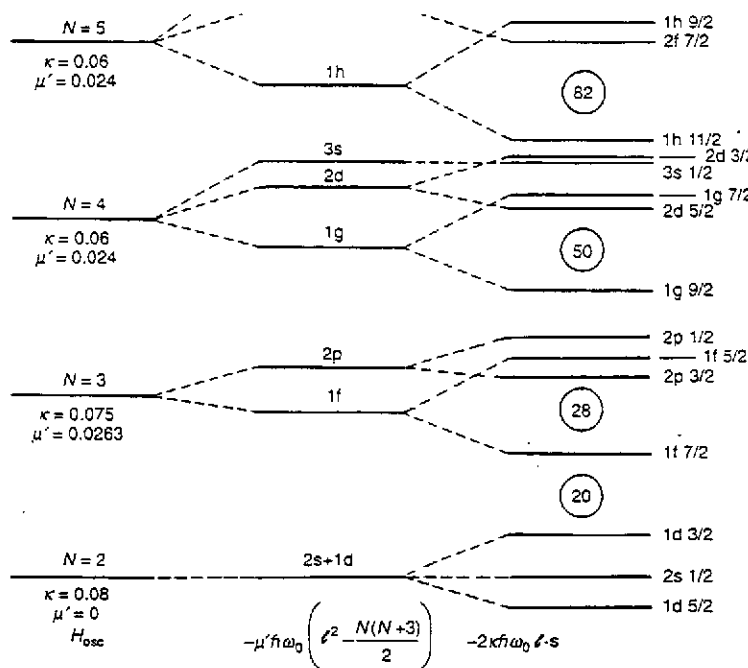
#### a- Rappel sur les états propres

Le potentiel nucléaire dont la dépendance radiale est la plus proche de la densité de charge (et de matière en supposant que la densité de neutron est identique à celle de proton) mesurée par diffusion d'électrons est le potentiel de Woods-Saxon :  $V_{WS}(r) = -\frac{V_0}{1 + \exp(\frac{r-R_0}{a})}$ , où la profondeur du puits

est  $V_0 \sim 50$  MeV, le rayon du noyau  $R_0 = 1.2 A^{1/3}$  (fm) et le paramètre de diffusivité,  $a \sim 0.5$  fm.

L'inconvénient de ce potentiel est que l'équation de Schrödinger correspondante n'admet pas de solutions analytiques. C'est la raison pour laquelle on lui préfère généralement le potentiel de l'oscillateur harmonique,  $V = V_0 + \frac{1}{2} M\omega^2 r^2$ , auquel on ajoute un terme proportionnel à  $-\ell^2$ , afin que

les états propres aient un ordre en énergie comparable à celui obtenu avec le potentiel de Woods-Saxon (on parle alors de potentiel d'oscillateur harmonique modifié). La valeur de la pulsation  $\hbar\omega$  utilisée dans les calculs dépend de la masse du noyau :  $\hbar\omega = 41 A^{-1/3}$  (MeV). Pour obtenir cette



dépendance, le rayon carré moyen de l'ensemble de  $A$  nucléons occupant les états propres du potentiel a été évalué et assimilé à la valeur empirique,  $R = 1.2 A^{1/3}$  (fm).

La figure 4 donne le résultat obtenu avec ces divers potentiels.

**figure 4 :** Etats propres de l'oscillateur harmonique simple (gauche), modifié (milieu), avec ajout du potentiel spin-orbite (droite).

Les états propres d'un potentiel nucléaire possédant la symétrie sphérique ont les bons nombres quantiques suivants :  $j$ ,  $\ell$ ,  $m$ . Les fonctions propres ont une dépendance radiale, représentée par une fonction intitulée  $R_{Nj\ell}(r)$ , qui est plus ou moins réaliste suivant la forme du potentiel utilisé.

#### *b- Facteurs d'interdiction des transitions E1*

Pour comprendre la raison des grandes valeurs des facteurs d'interdiction des transitions expérimentales E1 par rapport aux estimations de Weisskopf, il faut regarder attentivement les états du modèle en couche donnés sur la figure 4. On y constate qu'à partir de 28 nucléons, chaque couche majeure (entre les nombres magiques) contient une sous-couche de parité opposée à celle des autres, car son énergie a été fortement abaissée par le potentiel spin-orbite. A priori, cette proximité en énergie de sous-couches de parités opposées devrait favoriser l'existence de transitions  $\gamma$  de type E1. Mais il convient également de considérer les nombres quantiques associés à ces sous-couches, en prenant en compte l'action de l'opérateur E1, qui ne peut changer le moment angulaire orbital du nucléon célibataire que d'une seule unité ( $|L_i - L_f| \leq 1$ ) et qui ne peut pas changer l'orientation du spin intrinsèque ( $S_i = S_f$ ).

Or le moment angulaire de la sous-couche intruse est  $J = L + 1/2$ , alors que le moment angulaire maximum des sous-couches de parité normale est  $J' = L - 1/2 = L - 3/2$ , une transition entre des états de ces deux sous-couches entraînerait à la fois un gap  $\Delta L = 2$  et un changement d'orientation du spin intrinsèque ("spin-flip"). Ainsi, il n'y a pas de transition E1 permise entre états de particules individuelles situés dans une couche majeure, c'est-à-dire d'énergie inférieure à  $\hbar\omega$  (c'est-à-dire 11 MeV pour  $A = 50$  !) ; en d'autres termes, le coefficient de Clebsch-Gordan mettant en jeu l'addition des trois vecteurs,  $L_i$ ,  $\lambda$ ,  $L_f$ , (cf paragraphe III-4) est toujours nul.

En conclusion, les transitions E1 observées expérimentalement (qui n'ont jamais une énergie supérieure à quelques MeV) ne peuvent pas être des transitions à une seule particule, les autres nucléons restant spectateurs. Les probabilités de transition réduite expérimentales sont donc très mal prédites par ce modèle simple.

#### *c- Facteurs d'interdiction des transitions M1*

L'opérateur de transition M1 change l'orientation du spin intrinsèque, sans modifier la valeur du moment orbital. Dans chaque couche majeure, il existe des orbitales proches en énergie qui offrent cette possibilité : par exemple, dans la couche  $N = 3$ , les orbitales  $p_{1/2}$  et  $p_{3/2}$ . En effet, la transition M1 observée dans  $^{89}_{39}\text{Y}_{50}$ , correspondant à  $\pi p_{3/2} \rightarrow \pi p_{1/2}$ , a une valeur de transition réduite bien décrite dans le cadre de l'approximation de Weisskopf,  $B(M1; 1507 \text{ keV}) = 0.55 \mu_n^2 = 0.3 \text{ u.W.}$  La simplification effectuée pour le calcul des coefficients de Clebsch-Gordan est correcte, la valeur estimée un peu trop grande vient du calcul de l'intégrale radiale qui reste à améliorer.

L'autre transition M1 entre états individuels de cette couche majeure,  $f_{5/2} \rightarrow p_{3/2}$ , n'est pas permise puisque la différence entre les moments orbitaux est de  $2\hbar$ . Ainsi, dans  $^{87}_{37}\text{Rb}_{50}$  où ces deux états individuels de proton ont été identifiés, la probabilité de transition correspondante a une valeur

beaucoup plus faible que l'estimation :  $B(M1 ; 402 \text{ keV}) = 7.1 \cdot 10^{-3} \mu_n^2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ u.W.}$ , ce qui revient à dire que la simplification effectuée pour le calcul des coefficients de Clebsh-Gordan est incorrecte. Ce n'est pas un cas isolé puisque dans chaque couche majeure, il existe un tel couple d'états individuels ( $\Delta J = 1$ ,  $\Delta L = 2$  et  $\Delta S = 1$ ), entre lesquels la transition M1 est **interdite** : le tableau 4 donne plusieurs autres exemples de valeurs de probabilités de transition réduite M1 expérimentales beaucoup plus faibles que les estimations de Weisskopf.

Tableau 4 :

Exemples de probabilités de transition réduite M1, présentant une interdiction  $\Delta L = 2$ 

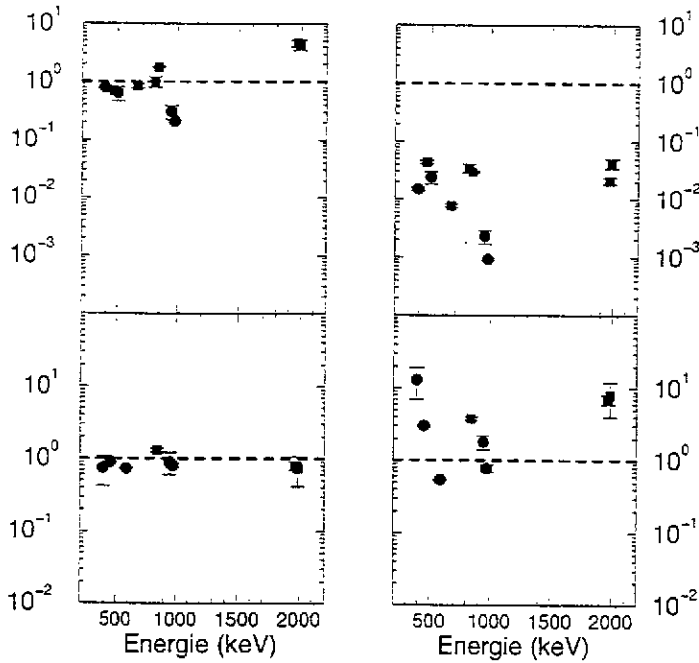
Noyau	Transition	$B_{\text{exp}}(M1) \text{ u.W.}$
$^{39}\text{K}$	$\pi s_{1/2} \rightarrow \pi d_{3/2}$	$1.8 \pm 0.5 \cdot 10^{-2}$
$^{39}\text{Ca}$	$\nu s_{1/2} \rightarrow \nu d_{3/2}$	$6.0 \pm 0.6 \cdot 10^{-3}$
$^{57}\text{Ni}$	$\nu f_{5/2} \rightarrow \nu p_{3/2}$	$1.4 \pm 0.2 \cdot 10^{-2}$
$^{67}\text{Zn}$	$\nu p_{3/2} \rightarrow \nu f_{5/2}$	$2.5 \pm 0.1 \cdot 10^{-3}$
$^{207}\text{Tl}$	$\pi s_{1/2} \rightarrow \pi d_{3/2}$	$1.3 \cdot 10^{-3}$
$^{209}\text{Pb}$	$\nu i_{11/2} \rightarrow \nu g_{9/2}$	$\sim 6 \cdot 10^{-3}$
$^{209}\text{Bi}$	$\pi f_{7/2} \rightarrow \pi h_{9/2}$	$2.1 \cdot 10^{-3}$

#### IV- NOYAUX SPHERIQUES : CALCULS AVEC MELANGES DE CONFIGURATIONS

Dans le cadre du modèle en couches avec mélange de configurations (Shell Model, **SM** ; voir le cours de A. Poves, Ecole Joliot-Curie, 1997), les états excités des noyaux légers sont calculés en considérant toutes les configurations possibles pour tous les nucléons extérieurs à un cœur inerte, le mélange de configurations provenant d'interactions résiduelles paramétrisées une fois pour toutes, dans chaque zone de masses.

Voici les exemples de  $^{25}_{13}\text{Al}_{12} - ^{25}_{12}\text{Mg}_{13}$  et  $^{33}_{17}\text{Cl}_{16} - ^{33}_{16}\text{S}_{17}$ , le cœur inerte étant  $^{16}_8\text{O}_8$  et les 4 ou 5 nucléons de valence ( $A = 25$ ) et les 8 ou 9 nucléons de valence ( $A = 33$ ) occupent les trois sous-couches  $s_{1/2}$ ,  $d_{3/2}$  et  $d_{5/2}$ . Diverses transitions M1 et E2 ont été mesurées dans ces quatre noyaux : les valeurs des probabilités de transition réduite sont présentées, en unités Weisskopf, en fonction de leur énergie, sur les deux dessins de droite de la figure 5. On peut constater une grande diversité dans les valeurs numériques qui s'étendent sur environ deux ordres de grandeur : ainsi, on peut difficilement prédire une valeur pour une transition non mesurée. Par contre, les valeurs issues du calcul du modèle en couches avec mélange de configurations (SM) sont très proches des valeurs expérimentales : les deux dessins de gauche illustrent ce bon accord, les rapports  $B_{\text{exp}} / B_{\text{SM}}$  sont tous compris dans l'intervalle  $[0.3 - 3]$ .

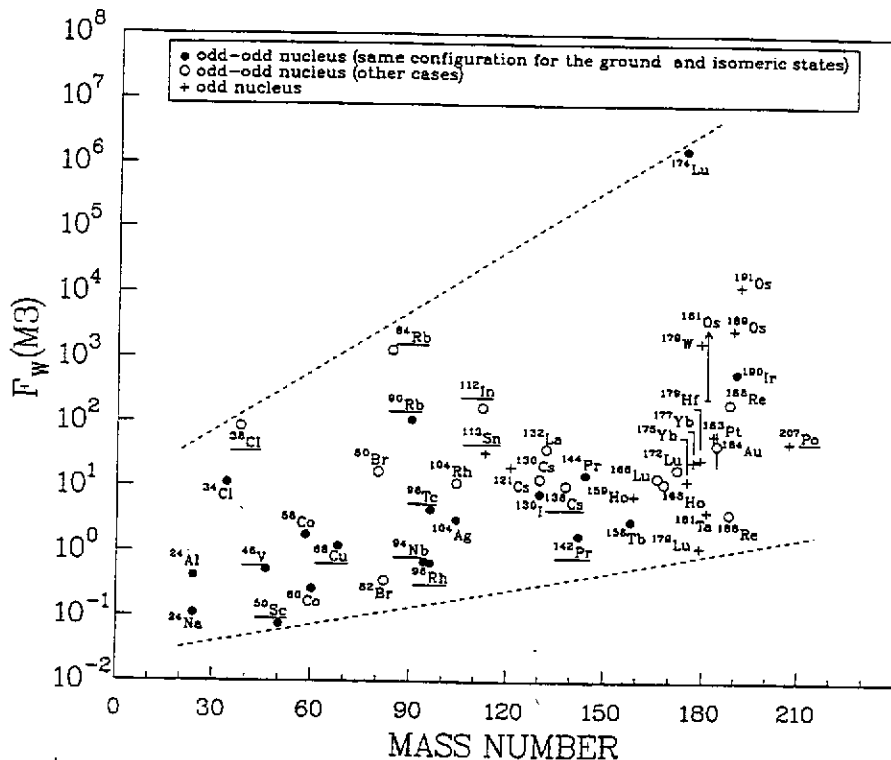
Ce type de calcul a été utilisé pour obtenir les valeurs de probabilités de transition réduite de plusieurs transitions dans les isotopes impairs-impairs voisins,  $^{26}_{13}\text{Al}_{13}$  et  $^{34}_{17}\text{Cl}_{17}$ , dont la mesure expérimentale est extrêmement difficile mais qui sont nécessaires à la prédiction de la modification de



la vie moyenne de ces isotopes lorsqu'ils sont placés dans un bain de photons, présent dans le milieu stellaire à haute température [Co99].

**figure 5 :** Rapport des valeurs expérimentales et calculées des probabilités de transitions réduites dans les 4 noyaux  $^{25}_{13}\text{Al}$ ,  $^{25}_{12}\text{Mg}$ ,  $^{33}_{17}\text{Cl}$  et  $^{33}_{16}\text{S}$ , en fonction de l'énergie de la transition : transitions M1 (en haut), transitions E2 (en bas), valeurs théoriques SM (à gauche), estimations Weisskopf (à droite).

De plus, une des transitions à évaluer dans  $^{26}\text{Al}$  est de multipolarité M3. On peut voir, sur la figure 6, que, là encore, les estimations de Weisskopf ne donnent pas un résultat très précis. En effet, dans la zone des noyaux légers qui nous intéressent, le facteur d'interdiction  $F_W$  (c'est l'inverse du facteur  $F$  défini au paragraphe III-4) varie de 3 ordres de grandeur : de  $10^{-1}$  pour  $^{24}\text{Na}$  à  $10^2$  pour  $^{38}\text{Cl}$ . Un calcul réaliste s'imposait donc pour avoir une estimation mieux définie de la valeur de la probabilité de transition réduite de la transition M3 de  $^{26}\text{Al}$  : le calcul SM donne une valeur de  $B(M3)$  proche de celle de  $^{24}\text{Na}$ , valeur qui a donc été utilisée dans la référence [Co99].



**figure 6 :** Facteur d'interdiction  $F_W (= B_W / B_{\text{exp}})$  de toutes les transitions M3 connues [Ro98]

## V- NOYAUX DEFORMES : MODELES COLLECTIFS

Dans plusieurs régions de masse, l'observation de grandes valeurs du moment quadrupolaire électrique ainsi que le spectre des niveaux excités proche de celui d'un rotor quantique s'expliquent si le noyau possède une déformation, c'est-à-dire une distribution de matière qui n'a pas la symétrie sphérique.

### V-1 Descriptions de la forme nucléaire

Il existe un grand nombre d'approches possibles pour décrire une distribution de matière chargée qui n'a pas la symétrie sphérique. La plus simple consiste à considérer le noyau comme un corps **classique** dont la forme est assimilable à un ellipsoïde, de révolution ou non, pour laquelle on sait évaluer les divers moments multipolaires. Les paramètres définissant cet ellipsoïde sont alors déterminés à partir des valeurs mesurées d'un ou plusieurs moments multipolaires. Cette approche reste purement descriptive et classique, elle ne permet pas d'aborder le problème quantique.

Pour cela, on peut utiliser les deux potentiels phénoménologiques cités dans le paragraphe précédent, qui doivent être modifiés pour prendre en compte la perte de la symétrie sphérique. Cela équivaut à :

♦ une dépendance du rayon vecteur des points de la surface en fonction des coordonnées angulaires,

$R(\theta, \varphi)$  ; ainsi le potentiel de Wood-Saxon s'écrit : 
$$V_{WS}(r, \theta, \varphi) = - \frac{V_0}{1 + \exp \left[ \frac{r - R(\theta, \varphi)}{a(\theta, \varphi)} \right]}$$

♦ une dépendance de la pulsation  $\omega$  en fonction des coordonnées angulaires ; ainsi le potentiel harmonique devient anisotrope et s'écrit  $V = V_0 + \frac{1}{2} M \left[ \omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2 \right]$ , en coordonnées cartésiennes.

#### a- cas d'un ellipsoïde classique

L'équation cartésienne d'un ellipsoïde classique s'écrit  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ . La conservation du volume impose que le produit des valeurs des trois demi-axes,  $abc$ , soit égal à  $R^3$ , avec  $R = r_0 A^{1/3}$ . On peut définir deux paramètres de déformation qui mesurent l'écart à la sphère de rayon  $R$ , une élongation  $\beta$  et l'asymétrie  $\gamma$ . Pour ce faire, on développe les demi-axes de l'ellipsoïde (en les renommant  $R_i$ ) :

$$R_i = R \left[ 1 + \beta \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \cos \left( \gamma - \frac{2\pi}{3} i \right) \right] \text{ avec } i = 1, 2, 3.$$

Si l'ellipsoïde admet un axe de symétrie ( $\gamma = 0$ ), on choisit en général  $a = b \neq c$ . Le paramètre d'élongation  $\beta$  est alors fonction de la différence  $c - a$  (en choisissant comme convention que la valeur de  $\beta$  associée à la forme "prolate", définie par  $c > a$ , est positive ; inversement pour la forme "oblate",

définie par  $c < a$ , la valeur de  $\beta$  est négative) : 
$$\beta = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{\pi}{5}} \left( \frac{c - a}{R} \right).$$

### b- développement du rayon

Toute dépendance du rayon vecteur des points de la surface en fonction des coordonnées angulaires,  $R(\theta, \varphi)$ , peut être développée sur la base infinie des harmoniques sphériques (développement multipolaire). Ainsi, la longueur du rayon orienté vers la surface peut s'écrire :

$$R(\theta, \varphi; \alpha) = C(\alpha) r_0 A^{1/3} \left[ 1 + \sum_{\lambda=1}^{\max} \sum_{\mu=-\lambda}^{+\lambda} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \right], \text{ où les paramètres } \alpha_{\lambda\mu} \text{ sont les paramètres de}$$

déformation et la constante  $C(\alpha)$  permet d'assurer la conservation du volume du noyau déformé. Dans cette écriture, l'orientation du système d'axes est quelconque, la seule contrainte imposée est que son centre soit placé au centre de masse du noyau.

Alors, le premier terme du développement, les termes dipolaires  $\alpha_{1\mu}$ , correspondent à un déplacement du centre de masse. On peut le voir illustré sur la figure 7 : si on ne considère que le terme  $\alpha_{10}$ , la forme du noyau est donnée par :  $R = R_0(1 + \alpha_{10} Y_{10}) = R_0(1 + \alpha_{10}(3/4\pi)^{1/2} \cos \theta)$ . Si  $\alpha_{10}$  est faible on

peut voir que la sphère de rayon  $R_0$  s'est seulement déplacée d'une distance  $\alpha_{10}(3/4\pi)^{1/2}$ . Si  $\alpha_{10}$  est grand, alors une déformation du système s'ajoute au déplacement du centre de masse.

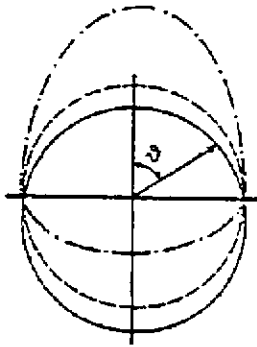


figure 7 : déplacement du centre de masse du noyau lorsque la déformation  $\alpha_{10}$  est faible : le cercle initial de rayon  $R_0$  (courbe en trait plein) est transformé en un cercle de même rayon, dont le centre est situé à une distance  $\alpha_{10}(3/4\pi)^{1/2}$  du centre initial (courbe en tirets). Si  $\alpha_{10}$  est grand, la forme change (courbe en tiret-point).

Le développement en harmoniques sphériques commence donc généralement au terme

$$\text{quadrupolaire : } R(\theta, \varphi; \alpha) = C(\alpha) r_0 A^{1/3} \left[ 1 + \sum_{\lambda=2}^{\max} \sum_{\mu=-\lambda}^{+\lambda} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \right].$$

Deux types de comportements extrêmes sont envisageables :

(1) la forme du noyau vibre autour de la position sphérique : le mouvement de vibration est décrit par la dépendance des coefficients  $\alpha_{\lambda\mu}$  en fonction du temps. Dans ce cas, le choix de l'orientation du système d'axes n'a pas grande importance : puisque la forme du système redevient périodiquement sphérique, aucune orientation n'est alors privilégiée.

(2) le noyau, déformé de façon rigide, tourne collectivement. Les coefficients  $\alpha_{\lambda\mu}$  qui décrivent les changements de forme en fonction du temps par rapport à un système quelconque d'axes, mélangent les deux informations. Par contre en choisissant comme système d'axes celui des axes principaux du système, la déformation du système est définie explicitement et les équations du mouvement sont simplifiées car elles ne contiennent plus que le mouvement de rotation. On choisit donc de définir l'orientation du noyau par la donnée des angles d'Euler des axes principaux du corps rigide par rapport aux axes du laboratoire et de définir la forme du noyau par rapport à ses axes principaux par la donnée d'autres paramètres.

♣ Prenons comme premier exemple celui d'une forme quadrupolaire  $\lambda = 2$ . Dans le système lié au noyau, les paramètres  $\alpha_{21}$  et  $\alpha_{2,-1}$  sont nuls et les paramètres  $\alpha_{22}$  et  $\alpha_{2,-2}$  sont égaux. Ainsi, les 5 paramètres  $\alpha_{2\mu}$  définis par rapport aux axes du laboratoire sont devenus les 3 angles d'Euler et 2 paramètres caractérisant la déformation,  $\alpha_{20}$  et  $\alpha_{22} = \alpha_{2,-2}$ . On préfère utiliser deux autres paramètres ( $\beta$  et  $\gamma$ ), le premier mesurant l'élongation et le second l'écart à la symétrie axiale, définis par les relations,  $\alpha_{20} = \beta \cos \gamma$  et  $\alpha_{22} = \alpha_{2,-2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \gamma$ .

♦ Si la forme considérée admet un axe de symétrie, choisi comme axe  $z$ , tous les paramètres de déformation qui ont  $\mu \neq 0$  sont nuls et les paramètres  $\alpha_{\lambda 0}$  sont appelés  $\beta_\lambda$ . Comme les harmoniques sphériques  $Y_{\lambda 0}(\theta, \varphi)$  se réduisent alors aux polynômes de Legendre  $P_\lambda(\cos \theta)$ , le rayon s'écrit :

$$R(\theta) = C(\alpha) r_0 A^{1/3} \left[ 1 + \sum_{\lambda=2}^{\max} \alpha_{\lambda 0} Y_{\lambda 0}(\theta, \varphi) \right] = C(\alpha) r_0 A^{1/3} \left[ 1 + \sqrt{\frac{2\lambda+1}{4\pi}} \sum_{\lambda=2}^{\max} \beta_\lambda P_\lambda(\cos \theta) \right]$$

▼ Si on se restreint alors à une seule déformation quadrupolaire avec symétrie axiale, on peut simplifier la notation en introduisant  $a_2 = (5/4\pi)^{1/2} \beta_2$ . Alors,  $R(\theta, a_2) = R_a[1 + a_2 P_2(\cos \theta)]$ , la constante  $R_a$  permettant la conservation du volume du noyau. La figure 8 illustre la forme du noyau ayant  $a_2 = 0.5$ . On peut remarquer que le développement en harmoniques sphériques (ou polynômes de Legendre quand il existe un axe de symétrie) s'éloigne beaucoup de la forme d'un ellipsoïde de révolution, dès que la valeur du paramètre  $a_2$  est grande. Pour retrouver une forme proche de l'ellipsoïde, sans resserrement dans le plan équatorial, la prise en compte de termes d'ordre supérieur,  $\lambda = 4, 6, \dots$  est nécessaire. C'est la situation qui se présente lorsqu'on cherche à décrire un noyau superdéformé avec ce type de développement.

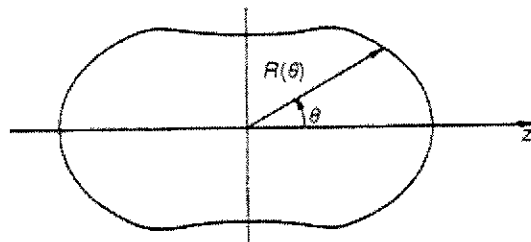


figure 8 : Forme du noyau définie par  $R(\theta, a_2) = R_a[1 + a_2 P_2(\cos \theta)]$ , avec  $a_2 = 0.5$

♣ La dernière remarque concerne les déformations de type octupolaire,  $\lambda = 3$ , qui peut se manifester dans les noyaux à basse énergie. La figure 9 montre des exemples de formes de noyaux ayant à la fois une déformation de type quadrupolaire axial et de type octupolaire.

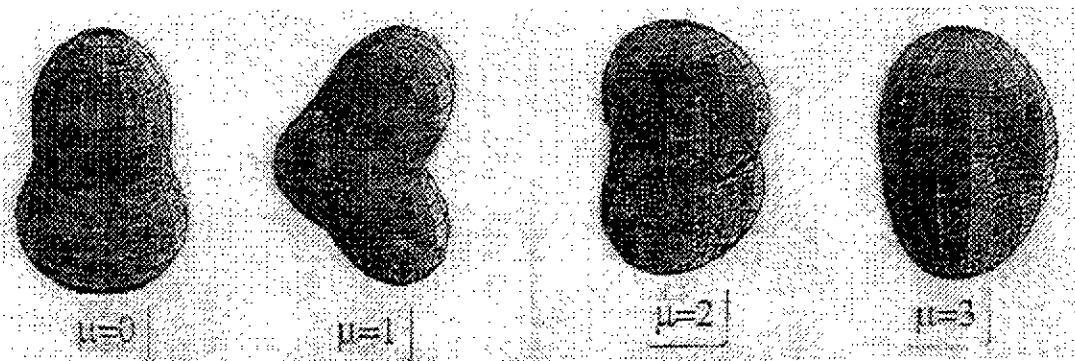


figure 9 : Exemples de formes définies par  $\beta_2 = 0.6$  et  $\beta_{3\mu} = 0.35$  [Bu96]



Dans le cas illustré à l'extrême gauche de la figure 9 (seul  $\beta_{30}$  est différent de 0), le noyau possède un axe de symétrie de révolution (ici, l'axe est vertical), mais n'a pas la symétrie "miroir" (par rapport au plan perpendiculaire à l'axe de symétrie) : cette asymétrie de réflexion se traduit par le fait que les états quantiques ne sont plus états propres de l'opérateur parité. A la place de symétrie "miroir", on utilise aussi le terme symétrie "droite-gauche", lorsque le dessin de la forme du noyau est tourné de telle sorte que l'axe de symétrie de révolution soit horizontal....

#### *c- oscillateur harmonique anisotrope*

Ce potentiel harmonique est choisi différent le long des trois axes. Plus la valeur de la pulsation  $\omega_i$  est faible, moins les nucléons sont contraints le long de l'axe  $i$  : ainsi l'étendue de la distribution de matière est inversement proportionnelle à la pulsation le long de cet axe. L'incompressibilité de la matière nucléaire et la faible portée des forces nucléaires conduisent donc à supposer que les surfaces équipotentiellles doivent avoir des formes équivalentes aux surfaces d'égale densité, ce qui permet d'exprimer les trois valeurs de pulsations en fonction de paramètres de déformation,  $\varepsilon$  et  $\gamma$  définis par :

$$\omega_x = \omega_0(\varepsilon, \gamma) \left[ 1 - \frac{2}{3} \varepsilon \cos \left( \gamma + \frac{2\pi}{3} \right) \right]; \quad \omega_y = \omega_0(\varepsilon, \gamma) \left[ 1 - \frac{2}{3} \varepsilon \cos \left( \gamma - \frac{2\pi}{3} \right) \right]; \quad \omega_z = \omega_0(\varepsilon, \gamma) \left[ 1 - \frac{2}{3} \varepsilon \cos \gamma \right].$$

Comme précédemment, le paramètre  $\varepsilon$  décrit l'élongation et le paramètre  $\gamma$  l'écart à la symétrie axiale. Si le noyau a un axe de symétrie (que l'on choisit habituellement le long de l'axe  $z$ ),  $\gamma$  est nul. Alors

les trois pulsations s'écrivent :  $\omega_x = \omega_y = \omega_0(\varepsilon) \left( 1 + \frac{1}{3} \varepsilon \right)$  et  $\omega_z = \omega_0(\varepsilon) \left( 1 - \frac{2}{3} \varepsilon \right)$ . La constante  $\omega_0$

dépend de la déformation : en effet, la conservation du volume situé à l'intérieur de la surface équipotentielle donne la relation suivante,  $\omega_x \omega_y \omega_z = [\omega_0(\varepsilon = \gamma = 0)]^3$ , seul le produit des trois pulsations est indépendant de la valeur de la déformation.

#### *d- moments quadrupolaires électriques*

On vient de définir plusieurs ensembles de paramètres de déformation en utilisant des approches indépendantes. Pour établir leur dépendance mutuelle, on requiert l'égalité des divers moments multipolaires obtenus suivant les méthodes utilisées.

Détaillons, tout d'abord, les expressions des **moments quadrupolaires intrinsèques**.

Si le noyau est considéré comme une goutte liquide uniformément chargée dont la surface est décrite par un ellipsoïde classique de demi-axes,  $a$ ,  $b$  et  $c$ , le moment quadrupolaire selon l'axe  $z$  est donné

par l'expression :  $Q_0 = \frac{Z}{5} (2c^2 - a^2 - b^2)$ ,  $Z$  étant la charge totale.

Si le noyau admet un axe de symétrie, l'axe  $z$  par exemple ( $a = b \neq c$ ), l'expression se simplifie :

$$Q_0 = \frac{2}{5} Z R^2 \left[ \left( \frac{c}{a} \right)^2 - 1 \right] \left( \frac{c}{a} \right)^{-2/3}.$$

Cette relation correspond au **moment quadrupolaire intrinsèque**,  $Q_0$ , c'est-à-dire relatif au système de coordonnées lié au noyau. On doit définir un second moment quadrupolaire,  $Q$ , le **moment spectroscopique**, qui est la valeur moyenne de l'opérateur dans le **système du laboratoire**, là où ont lieu les mesures ! Comme seule la valeur du moment quadrupolaire intrinsèque donne une information sur la déformation du noyau, il est essentiel de pouvoir la calculer à partir de la valeur mesurée du moment spectroscopique. Mais les règles de passage entre les deux systèmes qui vont donner les relations qui lient  $Q$  et  $Q_0$  ne peuvent être définies a priori, elles dépendent à la fois du mouvement et des symétries du système. Des exemples de relations seront donnés plus loin.

Voici les valeurs des moments quadrupolaires intrinsèques pour trois types de paramètres de déformation introduits précédemment, en se restreignant à la symétrie axiale :

- la déformation ellipsoïdale, où le paramètre de déformation  $\beta$  relié à la différence entre les 2 demi-

axes (cf V-1a) 
$$Q_0 = \frac{3}{\sqrt{5\pi}} Z R^2 \beta \left( 1 + \frac{1}{8} \sqrt{\frac{5}{\pi}} \beta + \dots \right) = 0.757 Z R^2 \beta (1 + 0.16 \beta + \dots)$$

- le développement du rayon en harmoniques sphériques (cf IV-1b), en s'arrêtant à l'ordre 2 (rappel : la forme du noyau n'est pas ellipsoïdale, dans la littérature on la nomme parfois "quadrupoloïde")

$$Q_0 = \frac{3}{\sqrt{5\pi}} Z R^2 \beta \left( 1 + \frac{2}{7} \sqrt{\frac{5}{\pi}} \beta + \dots \right) = 0.757 Z R^2 \beta (1 + 0.36 \beta + \dots)$$

*Remarque : bien que ces deux paramètres  $\beta$  ne soient équivalents qu'au premier ordre, ils sont appelés, abusivement, de la même manière. Dans la littérature, on trouve d'ailleurs une troisième définition de l'élongation  $\beta$ , où on omet le deuxième ordre dans la définition de  $Q_0 (= 0.757 Z R^2 \beta)$ .*

- le développement des pulsations  $\omega_i$  de l'oscillateur harmonique anisotrope (cf IV-1c).

$$Q_0 = \frac{4}{5} Z R^2 \varepsilon \left( 1 + \frac{1}{2} \varepsilon + \dots \right) = 0.8 Z R^2 \varepsilon (1 + 0.5 \varepsilon + \dots)$$

Dans chacun des trois cas, la condition de volume constant a été appliquée.

#### *e- liens entre les diverses approches*

Pour établir les relations qui existent entre les divers paramètres de déformation (notamment entre les paramètres  $\beta_2, \beta_4$  (correspondant au développement du rayon en harmoniques sphériques) et les paramètres  $\varepsilon_2, \varepsilon_4$  (correspondant au développement des pulsations), on impose l'égalité de tous les moments multipolaires, jusqu'à l'ordre 12. Le résultat est présenté sur la figure 10 : on peut y remarquer les grandes différences qui existent entre les deux types de valeurs numériques à grande déformation, notamment le fait que la description d'une forme purement ellipsoïdale ( $\varepsilon_4 = 0$ ) nécessite l'emploi d'un paramètre  $\beta_4 \neq 0$ .

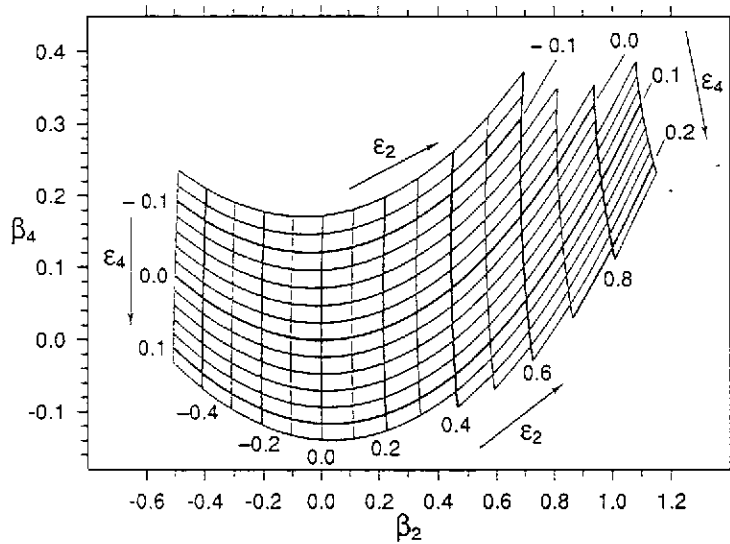


figure 10 : Relations entre les paramètres  $\beta_2, \beta_4$  (développement du rayon en harmoniques sphériques) et les paramètres  $\epsilon_2, \epsilon_4$  (développement des pulsations), obtenues en imposant l'égalité des tous les moments multipolaires, jusqu'à l'ordre 12 [Be89]

#### *f- moment dipolaire électrique*

En règle générale, le moment dipolaire électrique intrinsèque est nul puisque les états propres du noyau sont états propres de l'opérateur "parité" (cf II-1). Ce n'est pas le cas des noyaux qui posséderaient une déformation octupolaire stable ( $\lambda = 3$ ), forme qui n'est pas symétrique dans l'inversion des variables d'espace (cf V-1b). Le moment dipolaire électrique provient du décalage entre

la position du centre de masse  $R_{cm}$  et du centre de charge du noyau  $r_{p,cm} = \frac{1}{Z} \sum_{i=1}^Z r_{p,i}$  : classiquement,

il est défini par la relation  $D_0 = \sum_{i=1}^Z e_i (r_{p,i} - R_{cm})$ . Le centre de masse des neutrons est défini d'une

manière analogue,  $r_{n,cm} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N r_{n,j}$  ; puis, en utilisant la relation  $A R_{cm} = Z r_{p,cm} + N r_{n,cm}$ , on obtient

$$D_0 = e \frac{ZN}{A} (r_{p,cm} - r_{n,cm}).$$

L'estimation de  $D$  n'est pas aisée car plusieurs effets macroscopiques provoquent le déplacement du centre de gravité des protons par rapport à celui des neutrons (effet de pointe qui amène une plus grande concentration de protons sur la "petite" extrémité de la poire ; champ coulombien qui tend à pousser les charges sur la surface du noyau). Depuis les références "historiques" donnant les premières estimations de ces effets macroscopiques [Bo57], des calculs microscopiques ont été entrepris, l'article de revue [Bu96] en fait un bilan complet.

#### V-2 Dynamique d'un noyau pair-pair : mouvement de vibration

Considérons un noyau dont la forme fluctue autour de sa position d'équilibre qui est sphérique. Les vibrations du système quantique sont décrites en termes de coordonnées collectives représentant les amplitudes de la fluctuation autour de l'équilibre. Ces coordonnées collectives peuvent être les coefficients  $\alpha_{\lambda\mu}$  du développement du rayon vecteur en fonctions "harmoniques sphériques", décrit au

paragraphe V-1 :  $R(\theta, \varphi; \alpha) = C(\alpha) r_0 A^{1/3} \left[ 1 + \sum_{\lambda=2}^{\max} \sum_{\mu=-\lambda}^{+\lambda} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \right]$ , les coefficients  $\alpha_{\lambda\mu}$  dépendant explicitement du temps, en s'annulant périodiquement.

Les équations du mouvement quantique ont la même forme que dans le cas classique. L'énergie potentielle de déformation est  $V = \frac{1}{2} \sum_{\lambda\mu} C_{\lambda} \alpha_{\lambda\mu}^2$  et l'énergie cinétique de déformation  $T = \frac{1}{2} \sum_{\lambda\mu} D_{\lambda} \dot{\alpha}_{\lambda\mu}^2$ , les deux paramètres C et D peuvent être évalués en faisant des hypothèses sur le type de mouvement (mouvement irrotationnel par exemple).

On appelle "phonon" le quantum d'énergie de vibration,  $\hbar\omega_{\lambda}$ , où la fréquence d'oscillation est  $\omega_{\lambda} = \sqrt{\frac{C_{\lambda}}{D_{\lambda}}}$ . D'après les propriétés des  $\alpha_{\lambda\mu}$  dans les opérations de rotation, on peut associer un moment angulaire  $\lambda$  au phonon  $\lambda$ .

Les états propres de  $H = V + T$  sont les états à n phonons, régulièrement espacés en énergie, dont les moments angulaires se calculent en composant n moments angulaires  $\lambda$  (les bosons ayant des spins entiers, obéissent à la statistique de Bose).

Dans le cadre de ce modèle, pour une vibration d'ordre  $\lambda$ , seul l'opérateur multipolaire électrique,  $Q_{\lambda\mu}$ , est susceptible de connecter les états propres dont le nombre de phonons ne diffère que d'une seule unité. On n'attend pas de transitions de type magnétique.

Prenons le cas particulier de la vibration quadrupolaire : on attend à une énergie  $\hbar\omega_2$  au dessus de l'état fondamental, l'état à un seul phonon, de moment angulaire  $2^+$  ; à une énergie double, est situé le triplet des états à deux phonons, de moment angulaire  $0^+, 2^+, 4^+$  ; à une énergie triple, l'état à trois phonons forme un quintuplet dégénérés d'états de moment angulaire,  $0^+, 2^+, 3^+, 4^+, 6^+$ .

Sachant que les probabilités de transition réduite dépendent du nombre de phonons de l'état initial, selon la relation générale :  $\sum_f B(E\lambda; J_i n_{\lambda} \rightarrow J_f (n_{\lambda} - 1)) = n_{\lambda} B(E\lambda; n_{\lambda} = 1 \rightarrow n_{\lambda} = 0)$ , on attend

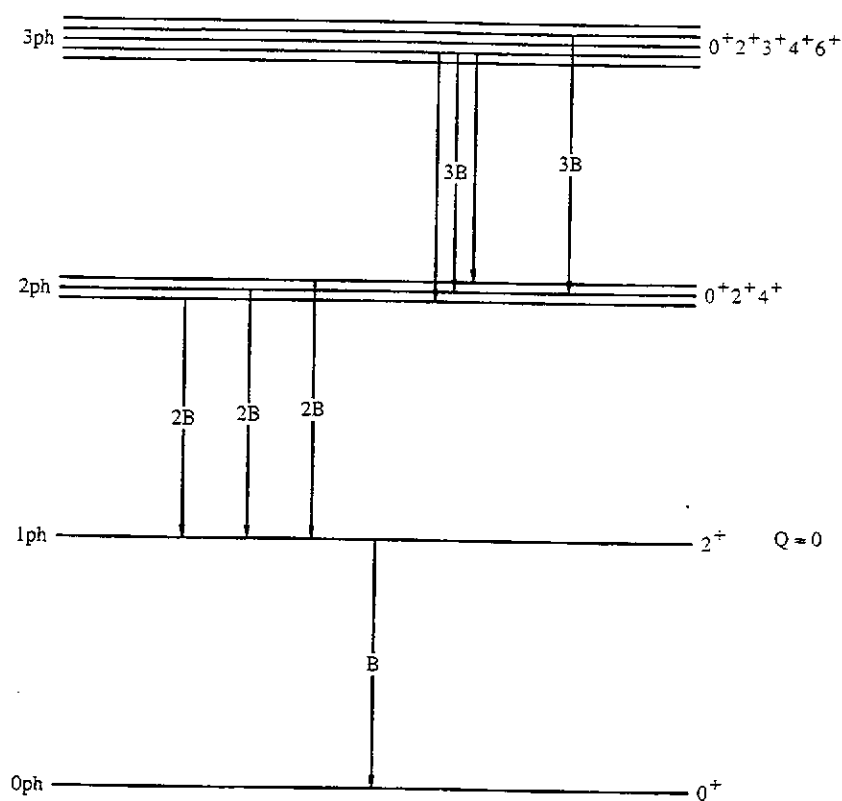
des valeurs de probabilités de transition réduite de plus en plus grandes entre les états yrasts :

$$B(E2; 4^+ \rightarrow 2^+) = 2 B(E2; 2^+ \rightarrow 0^+),$$

$$B(E2; 6^+ \rightarrow 4^+) = 3 B(E2; 2^+ \rightarrow 0^+), \dots$$

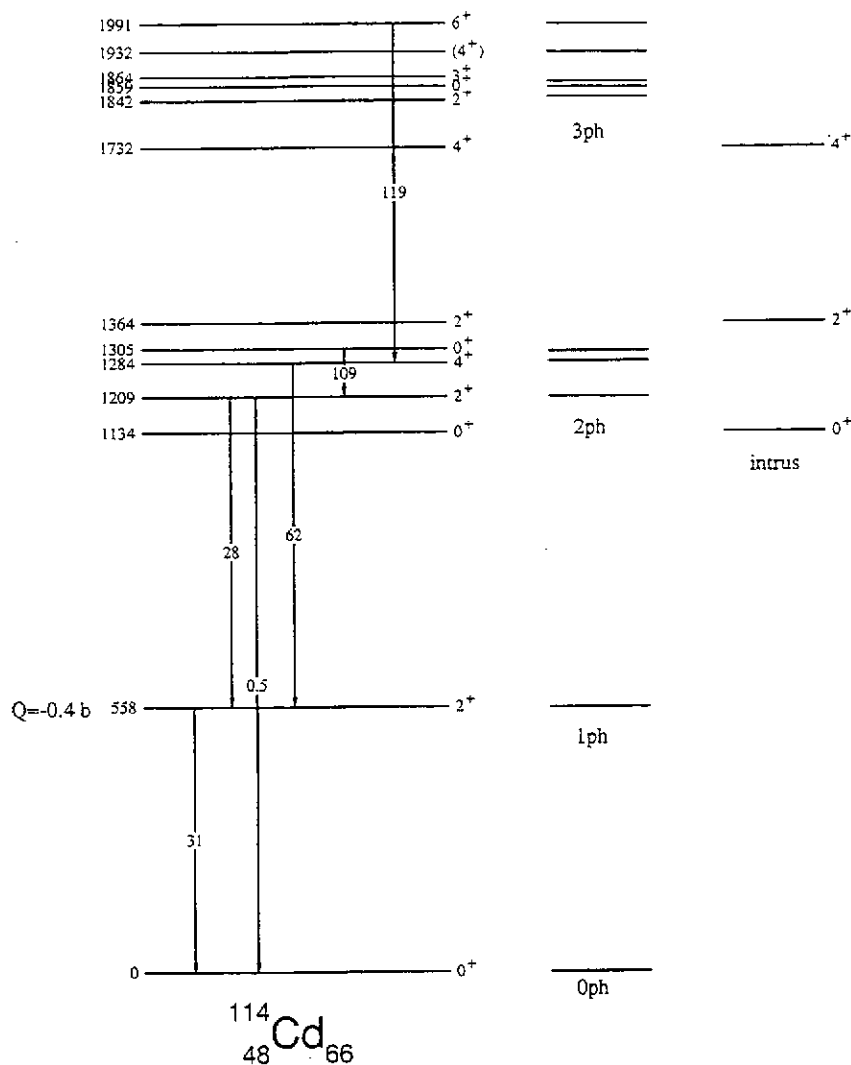
De plus, comme l'élément de matrice diagonal pour l'état à un phonon est nul, le moment quadrupolaire du premier état  $2^+$  doit être nul.

La figure 11 donne le spectre de niveaux excités attendus pour un mouvement de vibration autour d'une position d'équilibre sphérique, ainsi que quelques valeurs de probabilités de transition réduite E2.



**Figure 11 :**  
Schéma de niveaux  
attendus dans le cas de  
la vibration harmonique  
quadrupolaire autour  
d'une forme sphérique

On ne trouve pas de noyaux présentant exactement un mouvement de vibreur harmonique : bien que les isotopes de Cd soient abondamment utilisés pour illustrer ce type de mouvement, on peut voir sur la figure 12 les écarts aux prévisions théoriques dans le cas de  $^{114}\text{Cd}$ . Tout d'abord on doit éliminer trois niveaux excités d'énergie inférieure à 2 MeV, afin de retrouver la prédiction du triplet d'états à l'énergie de 2 phonons et du quintuplet à l'énergie de 3 phonons. En ce qui concerne les valeurs des probabilités de transition réduite, on peut remarquer que les valeurs observées entre les des états yrasts suivent bien la loi du nombre de phonons :  $B(E2 ; 2^*_{1\text{ph}} \rightarrow 0^*_{0\text{ph}}) = 31 \text{ uW}$ ,  $B(E2 ; 4^*_{2\text{ph}} \rightarrow 2^*_{1\text{ph}}) = 62 \text{ uW}$  et  $B(E2 ; 6^*_{3\text{ph}} \rightarrow 4^*_{2\text{ph}}) = 119 \text{ uW}$ . Par contre, la décroissance des autres états des multiplets sont en désaccord avec les prévisions, en particulier il existe des transitions entre états du même multiplet. De même, le moment quadrupolaire du premier état  $2^*$  est loin d'être nul. ( $Q \sim -0.4 \text{ b}$  avec une erreur de 10 %). L'explication de ces désaccords vient de la présence des états supplémentaires,  $0^*$ ,  $2^*$  et  $4^*$ , notés "intrus" (à droite sur la figure), un faible mélange de leurs fonctions d'onde avec celles des états précédents modifie fortement les valeurs du moment quadrupolaire et des probabilités de transition réduite. De plus, les études à plus haut spin de ce noyau indiquent un comportement rotationnel, donc à l'existence d'une déformation.



**Figure 12 :** Schéma de niveaux partiel de  $^{114}\text{Cd}$ , les valeurs des probabilités de transition réduite E2 sont données en unités Weisskopf

### V-3 Dynamique d'un noyau pair-pair déformé : mouvement de rotation

#### a- cas d'une déformation quadrupolaire à symétrie axiale

L'hamiltonien d'un tel système est très simple, c'est celui d'une toupie symétrique, qui tourne autour d'un axe perpendiculaire à son axe de symétrie,  $H = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} R^2$ , où  $\mathfrak{I}$  est son moment d'inertie. Les

solutions d'un tel hamiltonien sont bien connues : les énergies propres sont régulièrement espacées, selon la loi  $E = \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} I(I+1)$ , où  $I$  est le moment angulaire de l'état (qui ne provient que de la

rotation). Les fonctions d'onde des états propres du moment angulaire total sont les matrices de rotation,  $D_{IMK}(\varphi, \theta, \psi)$ , avec  $I(I+1)$ , valeur propre de l'opérateur  $I^2$ ,  $M$  valeur propre de  $I_z$  et  $K$  valeur propre de  $I_z$ ,  $z$  appartenant au système d'axes du laboratoire et  $z'$  au système d'axes liés au noyau ( $z'$  étant l'axe de symétrie).

L'hypothèse de symétrie axiale entraîne que la fonction propre doit rester inchangée dans une rotation d'un angle quelconque  $\psi'$  autour de l'axe  $z'$  : sachant que  $D_{IMK}(\varphi, \theta, \psi + \psi') = D_{IMK}(\varphi, \theta, \psi) e^{iK\psi'}$ , l'invariance de la fonction propre n'est possible que si  $K = 0$ . Ainsi les fonctions propres du système se réduisent aux harmoniques sphériques, puisque  $D_{IM0}(\varphi, \theta, \psi) = \sqrt{\frac{4\pi}{2I+1}} Y_{IM}(\theta, \varphi)$ .

De plus, si la déformation n'est que quadrupolaire, la symétrie droite-gauche (symétrie par rapport au plan  $x'y'$  perpendiculaire à l'axe de symétrie  $z'$ ) est préservée, entraînant l'invariance des fonctions propres par rotation d'un angle  $\pi$  autour de l'axe  $x'$ . Les propriétés des fonctions  $D_{IMK}(\varphi, \theta, \psi)$  dans cette rotation conduisent alors à la condition que la somme  $I+K$  doit être paire ; si  $K$  est nul, les valeurs impaires de  $I$  sont donc éliminées.

En conclusion, la rotation d'un noyau ayant une déformation quadrupolaire avec symétrie axiale donne naissance à des états excités de moment angulaire pair, espacés en énergie selon la loi du rotor quantique. L'écart de moment angulaire entre deux états excités consécutifs est de  $2\hbar$ , c'est l'opérateur quadrupolaire électrique qui assure la transition entre eux deux.

Le moment quadrupolaire des états excités peuvent être mesurés par réorientation dans l'excitation coulombienne (voir le cours de J. Kiener). Le passage du système de coordonnées du laboratoire au système lié au noyau donne une expression analytique simple entre  $Q(I)$  et  $Q_0$ , qui vient des valeurs

de coefficients de Clebsh-Gordan :  $Q(I) = -Q_0 \frac{I}{2I+3}$ .

Le calcul de la probabilité de transition réduite entre deux états consécutifs donne également un résultat très simple, puisque à la fois fonctions propres et opérateur se développent sur les mêmes fonctions, les harmoniques sphériques :

$$B(E2; I0 \rightarrow I-20) = \frac{5}{16\pi} Q_0^2 \langle I020 | I-20 \rangle^2 = \frac{5}{16\pi} Q_0^2 \frac{3I(I-1)}{2(2I-1)(2I+1)}, \quad Q_0 \text{ étant le moment}$$

quadrupolaire intrinsèque (voir la remarque à la fin du paragraphe). Dans le cas particulier de la désexcitation du premier état  $2^+$  vers le fondamental, l'expression précédente donne

$$B(E2; 20 \rightarrow 00) = \frac{1}{16\pi} Q_0^2 = B(E2) \downarrow. \quad \text{Il convient}$$

de rappeler que l'excitation de l'état fondamental vers le premier état  $2^+$  a une probabilité de transition réduite 5 fois plus grande, dû au terme multiplicatif

$$(2I+1) : B(E2; 00 \rightarrow 20) = \frac{5}{16\pi} Q_0^2 = B(E2) \uparrow.$$

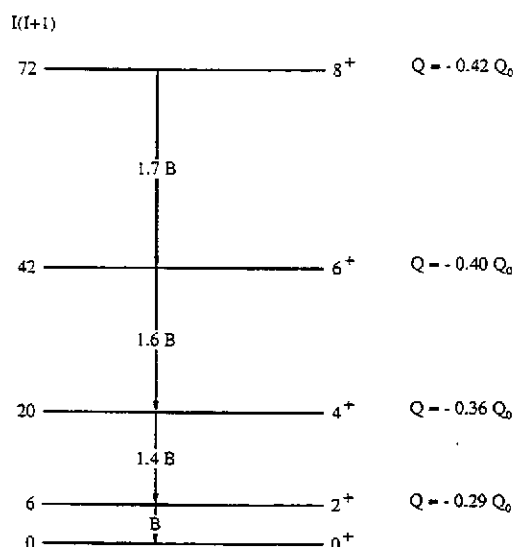


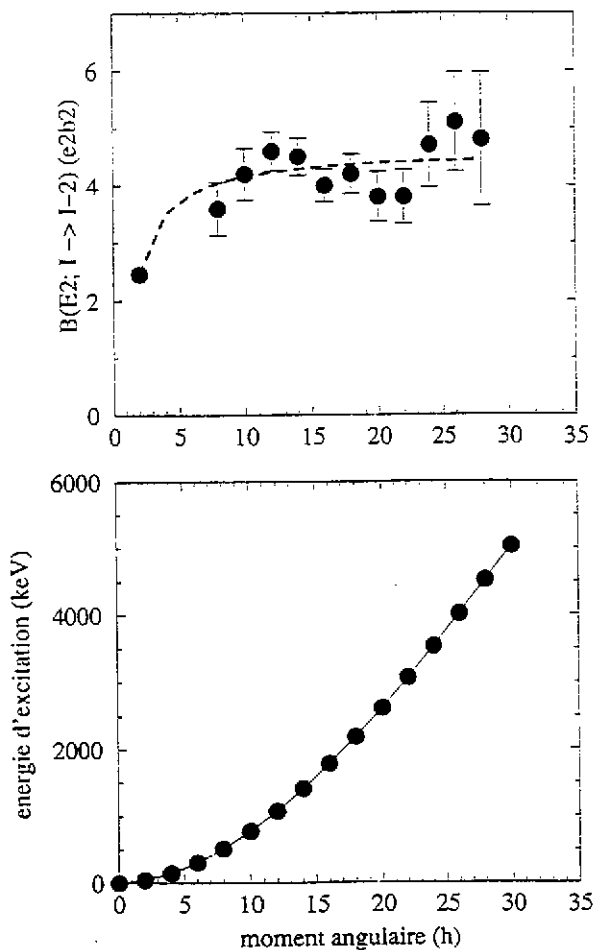
figure 13 : Schéma de niveaux attendus dans le cas de la rotation rigide d'un noyau déformé

En résumé, les valeurs du moment quadrupolaire des états excités ou des probabilités de transition E2 entre états consécutifs de la bande de rotation donnent celle du moment quadrupolaire intrinsèque. Ces relations sont abondamment utilisées pour déterminer la forme des noyaux, il semble donc utile d'en rappeler les limites de validité : les états excités mis en jeu doivent faire partie de la même bande de rotation. Cela signifie que, hormis la dépendance en  $I$  due à la rotation rigide, la fonction d'onde du noyau doit rester invariante : le moment quadrupolaire intrinsèque est, en quelque sorte, une mesure de cette fonction d'onde.

#### *b- exemples de noyaux déformés avec symétrie axiale*

La bande bâtie sur l'état fondamental de  $^{238}\text{U}$  a été identifiée, par excitation coulombienne, jusqu'au spin  $30^+$  et une énergie d'excitation de 5 MeV [Gr81]. Chaque niveau excité est représenté par un point dans le diagramme  $(E, I)$  présenté sur le bas de la figure 14 : le comportement régulier de  $E = f(I)$  est celui que l'on attend dans le cas de la rotation collective d'un corps déformé rigide. Mais pour avoir la preuve de ce type de mouvement, il faut vérifier que la forme du noyau reste constante lorsque le moment angulaire passe de 0 à  $30\hbar$ . Pour cela on utilise les valeurs des probabilités de transition entre états de la bande : si le moment quadrupolaire de charge du noyau,  $Q_0$ , reste constant, la variation des  $B(E2)$  en fonction du spin ne provient que de celle des coefficients de

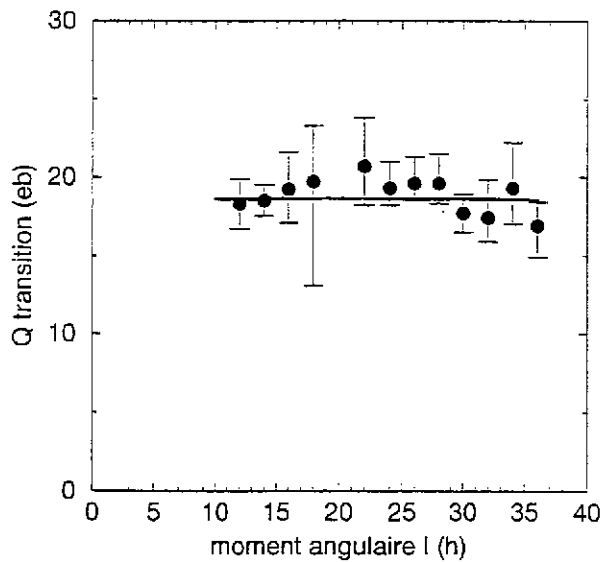
Clebsh-Gordan. Les valeurs expérimentales des  $B(E2)$  obtenues soit à partir des populations des états par excitation coulombienne, soit à partir des vies moyennes des états excités, sont reportées en fonction du spin sur le haut de la figure 14. On peut voir que ces valeurs sont en très bon accord avec l'hypothèse du corps déformé rigide, correspondant à la courbe en pointillés (la courbe théorique est ajustée sur la valeur de  $B(E2; 2 \rightarrow 0)$ , ce qui définit la valeur du moment quadrupolaire). Dans ce noyau déformé, la rotation rapide n'induit aucun changement dans la distribution spatiale des nucléons.



**figure 14** : mouvement de rotation de  $^{238}\text{U}$ ,  
(en bas) variation de l'énergie des états excités en fonction de leur moment angulaire,  
(en haut) variation de la probabilité de transition réduite E2 entre les états excités. La courbe pointillée correspond à la variation attendue dans le cas de la rotation rigide d'un noyau déformé.



Il existe de nombreux autres exemples, notamment dans les noyaux présentant une superdéformation (SD), forme ellipsoïdale de rapport d'axes  $c/a \sim 2/1$ . La figure 15 présente les résultats obtenus dans la bande SD de  $^{192}\text{Hg}$ , en faisant l'hypothèse de la rotation rigide d'un noyau à symétrie axiale, qui est



justifiée, a posteriori, par la constance de  $Q_0$  [Wi94]. Là encore le mouvement de rotation rapide ne modifie pas la déformation du noyau.

**Figure 15 :** variation des moments quadrupolaires des états excités SD de  $^{192}\text{Hg}$  en fonction de leur moment angulaire : les valeurs de  $Q_0$  ont été obtenues à partir des durées de vie de chacun des états excités en faisant l'hypothèse de la rotation rigide d'un noyau à symétrie axiale [Wi94]. La courbe en trait plein est le résultat d'un calcul effectué dans le cadre de la théorie HFB-LN avec la force de Skyrme Skm\* [Ga94].

Le dernier exemple choisi concerne la bande très déformée de  $^{134}\text{Nd}$  : si les moments quadrupolaires des états excités de la bande sont constants [Di90], ce qui justifie l'emploi des formules du rotor rigide, il convient de noter que les probabilités de transition des deux transitions E2 correspondant à la désexcitation de cette bande vers les états de déformation normale ne peuvent pas être exploitées de la même manière, puisque l'état intrinsèque change au cours de la transition [Wi93]. Il est donc erroné d'utiliser la formule standard dans ce cas.

#### *c- cas d'une déformation quadrupolaire quelconque*

Lorsque le noyau n'a pas d'axe de symétrie, il n'existe pas de relations universelles qui permettent le passage entre le système d'axes du laboratoire et celui lié au noyau. En effet, elles dépendent à la fois de la forme du noyau et du type de mouvement : une diagonalisation complète du problème donne, par exemple, les valeurs des probabilités de transition ou des moments multipolaires en fonction des poids de chacune des composantes en K des fonctions d'onde impliquées (K étant la projection du moment angulaire total sur un axe défini perpendiculairement à l'axe de rotation).

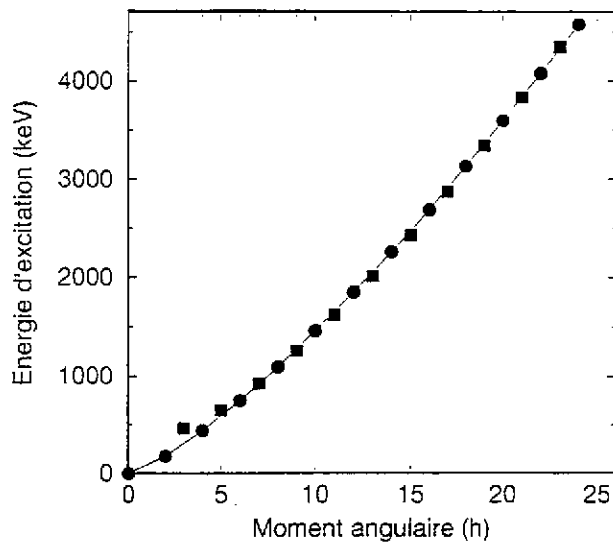
Dans le cadre d'un modèle extrêmement schématique de rotation rigide d'un noyau déformé sans axe de symétrie (c'est à dire dont la forme est définie par les deux paramètres fixes,  $\beta$  et  $\gamma$ ), Davydov et Filippov [Da58] donnent les relations suivantes pour les deux premiers états excités  $2^+$  :

$$Q(2_1^+) = -Q_0 \frac{6 \cos(3\gamma)}{7\sqrt{9-8\sin^2(3\gamma)}}, \quad B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0^+) = \frac{Q_0^2}{16\pi} \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{3-2\sin^2(3\gamma)}{\sqrt{9-8\sin^2(3\gamma)}} \right] \text{ et}$$

$$Q(2_2^+) = +Q_0 \frac{6 \cos(3\gamma)}{7\sqrt{9-8\sin^2(3\gamma)}}, \quad B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0^+) = \frac{Q_0^2}{16\pi} \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{3-2\sin^2(3\gamma)}{\sqrt{9-8\sin^2(3\gamma)}} \right].$$

#### d- déformation octupolaire et moment dipolaire intrinsèque

Si l'état fondamental d'un noyau présentait une déformation octupolaire statique, on observerait un spectre typique d'états excités, la succession régulière d'états de parité naturelle,  $0^+, 1^-, 2^+, 3^-, 4^+, 5^-$ , ..., comme dans les cas bien connus de rotation de molécules hétéropolaires. Mais on n'a observé aucun cas où les états de parité négative de plus bas spin ( $1^-, 3^-, \dots$ ) soient exactement intercalés entre les états de parité positive. Par contre, la rotation semble stabiliser cette déformation octupolaire, car à plus haut spin, les états de spin croissant et de parité alternée sont alors



régulièrement espacés en énergie. La figure 16 illustre le cas de  $^{222}\text{Th}$  : les états excités de parité négative (carrés) sont régulièrement intercalés entre les états de parité positive (cercles) à partir du spin 7.

**figure 16** : mouvement de rotation de  $^{222}\text{Th}$ , variation de l'énergie des états excités en fonction de leur moment angulaire. Les états de parité positive sont représentés par des cercles et ceux de parité négative par des carrés.

Les probabilités de transition réduite E1 entre les états de parité positive et négative sont grandes : par exemple dans la région des actinides,  $10^{-4}$  à  $10^{-2}$  u.W., alors que les valeurs standards des E1 sont plutôt au voisinage de  $10^{-5}$  u.W (cf III-5).

En se plaçant dans le cas de symétrie axiale, la probabilité de transition réduite B(E1) s'exprime en

$$\text{fonction du moment dipolaire intrinsèque } D_0 : B(E1; I_i K \rightarrow I_f K) = \frac{3}{4\pi} D_0^2 \langle I_i K 1 0 | I_f K \rangle.$$

Dans la plupart des cas les valeurs des B(E1) ne sont pas connues de façon absolue, on a seulement accès au rapport B(E1)/B(E2), par l'intermédiaire du rapport de branchement  $\Gamma(E1) / \Gamma(E2)$  puisque l'état de moment angulaire I se désexcite à la fois par une transition E1 vers l'état de moment angulaire I-1 et par une transition E2 vers l'état de moment angulaire I-2.

En faisant l'hypothèse de rotation rigide (ni  $Q_0$  ni  $D_0$  ne varient lorsque le moment angulaire augmente) on obtient alors une relation entre les moments dipolaire et quadrupolaire de la bande à parité

$$\text{alternée, qui s'écrit, dans le cas particulier où } K = 0, D_0 = Q_0 \sqrt{\frac{5(I-1)}{8(2I-2)} \frac{B(E1; I \rightarrow I-1)}{B(E2; I \rightarrow I-2)}}.$$

Par exemple, dans le cas de  $^{222}\text{Th}$ , sachant que  $T_{1/2}(2^+) = 240$  ps, la probabilité de transition réduite B(E2;  $2^+ \rightarrow 0^+$ ) vaut 74 u. W, ce qui donne un moment quadrupolaire  $Q_0 = 5$  eb. Les valeurs des probabilités de transition réduite B(E1;  $I \rightarrow I-1$ ) dépendent peu de I,  $\sim 0.020 \text{ e}^2\text{fm}^2$  [Wa83] : on en tire la valeur du moment dipolaire  $D_0 = 0.38 \text{ efm}$ , qui est l'une des valeurs les plus grandes de la région de masse [Bu96].

#### V-4 Rotation de noyaux de masse impaire : modèle "rotor + 1 particule"

##### a- hamiltonien et fonctions propres

Considérons le cas d'un noyau déformé à symétrie axiale, formé d'un cœur pair-pair et d'un nucléon célibataire. Dans le modèle "rotor + 1 particule", l'hamiltonien du système est la somme de deux termes,  $H = H_{\text{int}} + H_{\text{rot}}$ , le premier terme décrit le mouvement du nucléon célibataire dans le potentiel déformé du cœur et le second, le mouvement de rotation collective du cœur ; en faisant cette décomposition, on a fait l'hypothèse que la rotation du cœur n'influe pas sur la structure interne, en particulier sur le nucléon célibataire (hypothèse adiabatique).

Le potentiel déformé de l'hamiltonien  $H_{\text{int}}$  peut être de type Wood-Saxon ou de type oscillateur anisotrope modifié (appelé communément potentiel de Nilsson). Les états propres,  $\chi_K$ , d'un tel hamiltonien sont caractérisés par deux nombres quantiques, la parité et la projection  $K$  du moment angulaire total du nucléon sur l'axe de symétrie. Lorsque la déformation est très grande, les états propres de l'hamiltonien admettent cinq bons nombres quantiques,  $N \ n_z \ \Lambda \ K^{\pi}$ , où  $N$  est le nombre total de quanta (c'est une "réminiscence" de la couche principale de l'oscillateur harmonique isotrope),  $n_z$  est le nombre de quanta pour le mouvement le long de l'axe  $z$ , axe de symétrie,  $\Lambda$  est la projection du moment angulaire orbital sur l'axe  $z$ .

Habituellement les fonctions propres sont développées sur la base de ces états, dite "base asymptotique" et les nombres quantiques de l'état de base qui a la plus grande amplitude servent à étiqueter l'état propre.

L'hamiltonien  $H_{\text{rot}}$  est celui de la toupie symétrique tournant autour d'un axe perpendiculaire à son axe

de symétrie :  $H_{\text{rot}} = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}} R^2$ .

Le moment angulaire total du système est la somme des contributions du nucléon célibataire et de la rotation collective du cœur :  $\vec{I} = \vec{j} + \vec{R}$ , ce qui conduit à écrire  $H_{\text{rot}}$  sous la forme :

$$H_{\text{rot}} = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}} (I - j)^2 = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}} \left[ (I^2 - j_z^2) + (j^2 - j_z^2) - (I_+ j_- + I_- j_+) \right].$$

Les fonctions d'ondes qui vont servir de base pour la diagonalisation de l'hamiltonien total sont :

$|IMK\rangle = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi}} \left[ D_{IMK} \chi_K + (-1)^{I+K} D_{IM-K} \chi_{-K} \right]$ . Ces fonctions, qui sont choisies symétriques en  $K$ , car le choix du sens de l'axe de symétrie est arbitraire, sont fonctions propres d'une partie de l'hamiltonien total,  $H_{\text{int}} + \frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}} (I^2 - j_z^2)$  avec les énergies propres  $E_I = E_K + \frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}} [I(I+1) - K^2]$ .

Si le terme de Coriolis (troisième terme de  $H_{\text{rot}}$ ) est négligeable, les fonctions propres du système sont les  $|IMK\rangle$  et les énergies propres les  $E_I$ . Il s'agit de la limite de couplage fort : sur chaque état intrinsèque  $\chi_K$ , est construite une bande de rotation, constituée des états de moment angulaire  $I = K, K+1, K+2, K+3, \dots$  et d'énergie  $E_I$ .

*b- propriétés électromagnétiques des têtes de bande (déformation avec symétrie axiale)*

Lorsque le nucléon célibataire occupe l'état de base  $I=K$ , son état peut être caractérisé, comme dans le cas sphérique, par les valeurs des divers moments multipolaires ( $\mu$ ,  $Q$ ), mais les formules permettant de les obtenir, à partir des nombres quantiques des états, sont différentes.

Prenons d'abord l'exemple du moment quadrupolaire  $Q$ . Le noyau admettant un axe de symétrie, la projection du moment angulaire total ( $I$ ) de l'état considéré est bon nombre quantique ( $K$ ), la valeur mesurée dans le système du laboratoire,  $Q$ , s'exprime en fonction de celle du moment quadrupolaire intrinsèque,  $Q_0$ , le passage d'un système de coordonnées à l'autre donnant une expression analytique simple, à base de coefficients de Clebsch-Gordan : si  $I = K$ , on obtient  $Q = Q_0 \frac{I(2I-1)}{(I+1)(2I+3)}$ .

D'après cette relation, on peut constater que même si le noyau possède un moment quadrupolaire intrinsèque non nul, la valeur mesurée dans le laboratoire sera nulle si  $I = K = 1/2$ . La formule devient

$$Q = Q_0 \frac{3K^2 - I(I+1)}{(I+1)(2I+3)}, \text{ pour les états excités de spin } I \text{ appartenant à la bande de rotation bâtie sur}$$

l'état de base  $K$ .

Il faut insister sur le fait que la valeur mesurée  $Q$  n'est "exploitable" (c'est-à-dire renseigne sur la forme du noyau) qu'à la condition que les valeurs du moment angulaire total de l'état et sa projection sur l'axe de symétrie soient connues.

Détaillons maintenant le cas du moment dipolaire magnétique. C'est par définition  $\mu = \frac{\langle \bar{\mu}_{op} \bar{I} \rangle}{I+1}$  où

l'opérateur dipolaire magnétique est la somme de trois termes  $\bar{\mu}_{op} = g_s \bar{s} + g_l \bar{l} + g_R \bar{R}$ , les deux premiers ont déjà été discutés au paragraphe III-2 et le troisième correspondant au mouvement de rotation collective : le facteur gyromagnétique  $g_R$  dépend de la proportion du moment angulaire collectif porté par les protons, il est en général assimilé à  $Z/A$ . En utilisant les égalités  $\bar{j} = \bar{l} + \bar{s}$  et

$$\bar{j} + \bar{R} = \bar{I}, \text{ on peut écrire } \mu \text{ sous la forme : } \mu = \frac{1}{I+1} \left[ (g_s - g_l) \langle \bar{s} \bar{I} \rangle + (g_l - g_R) \langle \bar{j} \bar{I} \rangle + g_R \langle \bar{I}^2 \rangle \right].$$

Cette expression se simplifie :

- en considérant que les projections de  $I$  et  $j$  sur l'axe de symétrie sont égales (l'axe de rotation collective est perpendiculaire à l'axe de symétrie),  $I_z = j_z = K$ ,
- en définissant le facteur gyromagnétique  $g_K$  associé à l'orbite individuelle de la manière suivante :

$$g_K = \frac{1}{K} \left[ g_s \langle s_z \rangle + g_l \langle l_z \rangle \right].$$

On obtient alors  $\mu = \frac{K^2}{I+1} (g_K - g_R) + g_R I$ . A partir de la valeur mesurée de  $\mu$ , on peut déterminer la valeur de  $g_K$ , connaissant  $K$  et  $I$  et en supposant que  $g_R = Z/A$ . Comme la valeur numérique de  $g_K$  varie fortement d'une orbite à l'autre, sa détermination permet d'identifier l'orbite occupée par le nucléon célibataire.

Comme dans le cas des noyaux paires-paires, les probabilités de transition entre états font intervenir des coefficients de Clebsch-Gordan qui proviennent de l'intégration de la partie angulaire de l'élément de

matrice de transition. Les règles de sélection sur les valeurs des divers moments angulaires découlent des conditions d'annulation de ces coefficients. Ainsi la probabilité de transition de caractère  $\sigma$  et d'ordre multipolaire  $\lambda$  ne sera non nulle que si les différences  $\Delta I$  et  $\Delta K$  sont inférieures à  $\lambda$  :

$$B(\sigma \lambda; I' K' \rightarrow I K) \neq 0 \text{ si } |I - I'| \leq \lambda \text{ et si } |K - K'| \leq \lambda.$$

La première condition est rigoureuse puisqu'il s'agit de la conservation du moment angulaire total dans la transition électromagnétique ; par contre, la seconde est induite par le modèle utilisé (noyau à symétrie axiale). On peut mesurer l'exactitude du modèle à son degré d'application : considérons par exemple, les transitions de décroissance de deux têtes de bande dans  $^{169}\text{Tm}$ , noyau déformé appartenant à la région des terres rares :

$7/2^- [523] \rightarrow 7/2^+ [404]$	$B(E1) = 9.1 \cdot 10^{-6} \text{ uW}$	permise : $B_{\text{exp}} / B_{\text{th}} = 0.6$
$7/2^- [523] \rightarrow 5/2^- 1/2^+ [411]$	$B(E1) = 5.0 \cdot 10^{-9} \text{ uW}$	interdite deux fois : $ \Delta K - \lambda  = 2$
$7/2^+ [404] \rightarrow 3/2^- 1/2^+ [411]$	$B(E2) = 5.5 \cdot 10^{-4} \text{ uW}$	interdite une fois : $ \Delta K - \lambda  = 1$
$7/2^+ [404] \rightarrow 5/2^- 1/2^+ [411]$	$B(M1) = 1.5 \cdot 10^{-6} \text{ uW}$	interdite deux fois : $ \Delta K - \lambda  = 2$

La probabilité de transition E1 de la première transition présente une valeur standard,  $10^{-5} \text{ u. W.}$  : on peut la calculer en utilisant les fonctions d'onde des orbites déformées mises en jeu ( $B_{\text{th}}$ ) et on obtient une valeur proche de la valeur mesurée ( $B_{\text{exp}} / B_{\text{th}} = 0.6$ ) , il s'agit bien d'une transition permise.

Les trois transitions suivantes ont des probabilités extrêmement faibles, mais ne sont pas totalement interdites alors que la condition  $|K - K'| \leq \lambda$  n'est pas remplie : on les appelle "transitions interdites en K". Une étude systématique de ce type de transitions a montré que le facteur de ralentissement de ces transitions par rapport à celles qui remplissent la condition en K est égal à 100 fois le degré d'interdiction  $v = |\Delta K - \lambda|$  [Lo68].

Des grands degrés d'interdiction peuvent conduire à des isoméries. C'est ainsi qu'on peut expliquer le grand nombre d'états isomériques à vie longue observés dans la région de masse  $A = 180$  : les "isomères K" sont des états à plusieurs particules (1, 2, 3, 4 paires brisées) dont la désexcitation vers les états de moment angulaires plus faibles est interdite car la différence des valeurs de K des états initial et final est supérieure à  $\lambda$ . Un exemple typique est celui de  $^{178}\text{W}$  dans lequel a été observé, entre autres, un isomère  $I = K = 25$  à une énergie d'excitation de 6571 keV , qui est interprété par la brisure de 4 paires de nucléons [Pu98] : 8 états situés au voisinage des niveaux de Fermi ne sont occupés que par un nucléon célibataire,  $\pi 9/2^- [514]$   $\pi 7/2^+ [404]$   $\pi 5/2^+ [402]$   $\pi 1/2^- [541]$   $\nu 7/2^+ [633]$   $\nu 9/2^+ [624]$   $\nu 5/2^- [512]$   $\nu 7/2^- [514]$ .

#### *c- probabilités de transition entre états d'une bande de rotation*

L'état de spin  $I$  d'une bande de rotation bâtie sur un état intrinsèque  $K$  peut se désexciter par une transition de type E2 vers l'état de spin  $I-2$  de la bande et par une transition  $M1+E2$  vers l'état de spin  $I-1$ . Les probabilités relatives de ces transitions dépendent du moment quadrupolaire du noyau (qui régit la valeur des probabilités de transition de type E2) et du facteur gyromagnétique  $g_K$ , associé à l'orbite occupée par le nucléon célibataire (qui régit la valeur des probabilités de transition de type M1). Les valeurs de ces probabilités relatives, obtenues à partir des rapports de branchements, sont

donc caractéristiques des propriétés des orbites individuelles. Grâce à cette méthode, les orbites individuelles de neutron et de proton proches des niveaux de Fermi dans les puits superdéformés de certains noyaux de la région de masse  $A = 190$  ont été récemment identifiées sans ambiguïté (voir le cours de B. Gall, Ecole Joliot-Curie 1997).

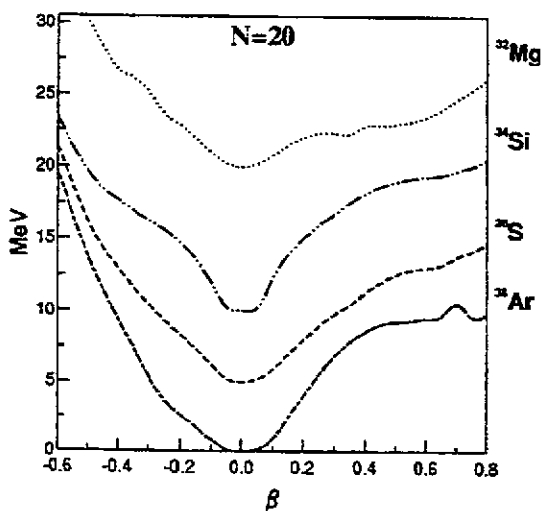
#### *d- cas d'un noyau impair triaxial*

La prise en compte de l'asymétrie  $\gamma$ , lorsque  $K$  n'est plus bon nombre quantique du fait de la perte d'axe de symétrie, ne donne plus lieu à des règles simples pour estimer les valeurs des moments multipolaires ou celles des probabilités de transition entre états excités. Il est alors nécessaire de résoudre le problème complet. Pour cela on peut utiliser divers codes de calculs simples de type "rotor + particule", où la perte d'axe de symétrie est considérée à la fois pour le mouvement du cœur (cf V-3c) et pour la particule célibataire (potentiel dépendant de  $\beta$  et  $\gamma$ ). Diverses extensions du formalisme original décrit dans la référence [He62] peuvent être trouvées dans des travaux ultérieurs, par exemple, [Me75] et [La78].

## VI- PROBLEMES OUVERTS : DEUX EXEMPLES RECENTS ....

### VI-1 $^{32}\text{Mg}$ et la fermeture de couche sphérique à $N = 20$

Les valeurs des masses de noyaux riches en neutron autour de  $Z = 11$  et  $N = 20$  ont indiqué clairement que leur structure interne n'était pas celle attendue pour des noyaux à couche fermée en neutrons [Th75]. Puis, la faible valeur de l'énergie du premier état  $2^+$  mesurée dans  $^{32}_{12}\text{Mg}_{20}$ , 885 keV, [De79] a été interprétée en terme de déformation de cet isotope : ainsi la fermeture de couches sphériques à  $N = 20$  est, du point de vue énergétique, moins favorable que l'effet de couches situé à grande déformation. De nombreuses approches théoriques confirment le rôle de la déformation. Dans des calculs de type modèle en couches avec mélange de configuration, les états de la couche majeure f-p contribuent fortement à la structure de  $^{32}\text{Mg}$  [Ca98], alors que les isotones  $N = 20$ , plus



proches de la vallée de stabilité, sont bien décrits en utilisant seulement la couche majeure s-d. Dans des approches de type champ moyen avec force effective (HFB avec la force de Gogny), la surface d'énergie potentielle obtenue pour  $^{32}\text{Mg}$  diffère de celles des isotones  $N = 20$  : elle ne présente plus de minimum aussi marqué à déformation nulle [Pe97], comme le montre la figure 17.

**figure 17 :** Courbes d'énergie potentielle des isotones  $N = 20$  en fonction de la déformation axiale, calculée par la méthode HFB en utilisant la force de Gogny.

Au point de déformation nulle, pour tous les isotones présentés sur la figure 17, les énergies d'appariement "neutron" sont nulles, ce qui est bien la signature de la fermeture de la couche sphérique  $N=20$ . De plus, l'énergie d'appariement "neutron" de  $^{32}\text{Mg}$  présente un second minimum à grande déformation ( $\beta \sim 0.3$ ), ce qui est donc le signe d'une nouvelle fermeture de couches  $N = 20$  à cette valeur de déformation. En ce qui concerne les protons, le comportement de l'énergie d'appariement en fonction de la déformation varie beaucoup dans cette série isotonique ; pour  $^{32}\text{Mg}$ , la valeur, qui diminue brusquement quand la déformation dépasse 0.2, s'annule à  $\beta \sim 0.45$ . Ces comportements des énergies d'appariement explique la grande mollesse du potentiel de  $^{32}\text{Mg}$  pour les déformations  $\beta = 0.3 - 0.5$ .

Les mesures expérimentales ont été poursuivies : d'abord par la mesure de la probabilité d'excitation coulombienne  $B(E2)^\uparrow$  d'un faisceau radioactif de  $^{32}\text{Mg}$  obtenu par fragmentation d'un faisceau primaire de  $^{40}\text{Ar}$  [Mo95] (voir le cours de J. Kiener), la valeur obtenue,  $454 \pm 78 \text{ e}^2\text{fm}^4$ , confirme bien l'existence d'une grande déformation. Plus récemment, au Ganil, la détection des rayonnements  $\gamma$  prompts émis au niveau de la cible de fragmentation associée à la détection des fragments dans SPEG a révélé l'existence d'une seconde raie  $\gamma$  d'énergie voisine de 1430 keV ; ainsi le premier état  $4^+$  de  $^{32}\text{Mg}$  se trouverait à 2315 keV [Lo99].

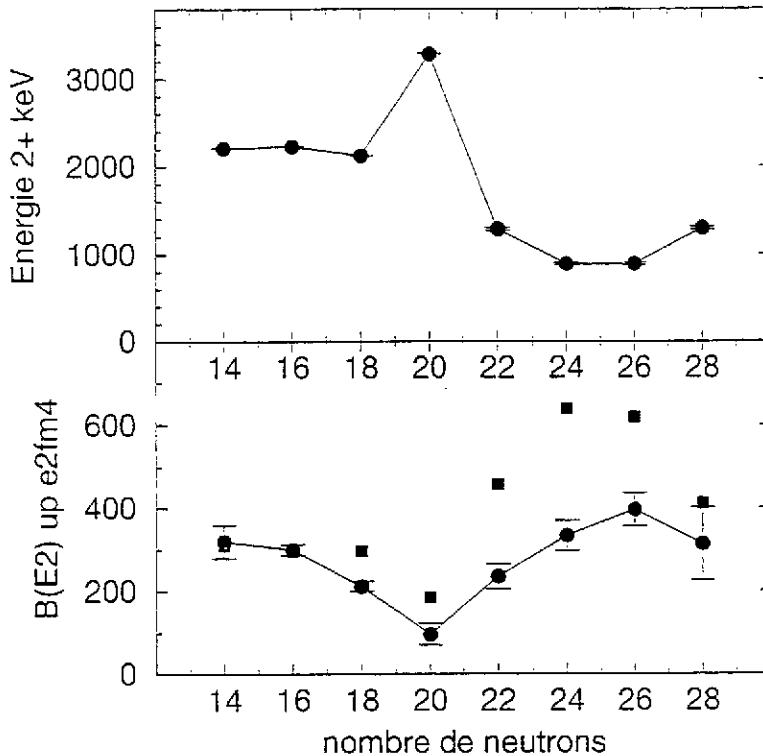
Analysons tout d'abord les valeurs de déformation qui peuvent être extraites de  $B(E2)^\uparrow$  : en supposant l'hypothèse de rotation rigide d'un noyau axial, le moment quadrupolaire intrinsèque vaut  $68 \text{ efm}^2$ . En utilisant les diverses relations données au paragraphe V-1d, on obtient un rapport d'axes  $c/a = 1.5$  et le paramètre  $\beta$ , relié à la différence des demi-axes de l'ellipsoïde, vaut 0.47. Quant aux valeurs des autres paramètres  $\beta$ , elles varient de 0.44 à 0.51. En ce qui concerne le potentiel anisotrope, l'élongation  $\varepsilon$  est égale à 0.4. La grande variété de toutes ces valeurs numériques montre qu'à grande déformation, il faut préciser quelle définition est utilisée !

De plus, on peut s'interroger sur le bien-fondé de la première hypothèse, rotation rigide d'un noyau axial : si tel était le cas, le niveau  $4^+$  serait situé à 2940 keV, en désaccord avec le dernier résultat expérimental. Le comportement de  $^{32}\text{Mg}$  est certainement plus riche que celui d'un simple rotor axial : il faut poursuivre les mesures et les calculs de sa structure à basse énergie.

## VI-2 $^{44}\text{S}$ et la fermeture de couche sphérique à $N = 28$

Il y a plusieurs années, les caractéristiques inattendues de la désintégration  $\beta$  du noyau riche en neutrons  $^{44}\text{S}$  (période et probabilité d'émission de neutrons) ont fait suspecter que ce noyau n'avait pas la forme sphérique, attendue dans l'hypothèse simple de la fermeture de couche à  $N = 28$  [So93]. Récemment des expériences d'excitation coulombienne ont été menées sur les faisceaux radioactifs de  $^{38-44}\text{S}$  à MSU [Sc96,GI97], donnant accès à la fois aux énergies d'excitation du premier état  $2^+$  de chacun des isotopes, ainsi qu'aux valeurs de probabilités d'excitation,  $B(E2)^\uparrow$ . Ces résultats ainsi que les valeurs connues auparavant des isotopes moins riches en neutrons sont présentés sur la figure 18. Alors que la fermeture de couche sphérique  $N = 20$  est bien signée dans  $^{36}\text{S}$ , d'une part par une nette augmentation de l'énergie de son premier état excité et d'autre part par une nette diminution de la

probabilité de transition  $0^+ \rightarrow 2^+$ , le premier état  $2^+$  de  $^{44}\text{S}$  ne présente pas les effets de la fermeture de couche sphérique à  $N = 28$ .



**figure 18 :** Caractéristiques du premier état  $2^+$  des isotopes pairs-pairs de soufre en fonction de leur nombre de neutrons :

- en haut,  $E(2^+)$  en keV

- en bas,  $B(E2 : 0^+ \rightarrow 2^+)$  en  $e^2\text{fm}^4$

Les carrés représentent les valeurs calculées d'après la relation empirique établie pour les noyaux proches de la stabilité (voir texte)

S. Raman et al. [Ra89, Ra91] ont effectué une compilation de l'énergie d'excitation  $E(2^+_1)$  et de  $B(E2 : 0^+ \rightarrow 2^+_1)$  dans un grand nombre de noyaux pairs-pairs proche de la vallée de stabilité et ont établi des relations empiriques existant entre ces deux quantités. Par exemple une systématique globale sur toute la table de masse donne la relation suivante :  $B(E2 : 0^+ \rightarrow 2^+_1) E(2^+_1) = 2.6 Z^2 A^{-2/3}$ . Les valeurs des  $B(E2 : 0^+ \rightarrow 2^+_1)$  obtenues à partir des énergies  $E(2^+_1)$  mesurées dans les divers isotopes de soufre sont indiquées par des carrés sur la figure 18. On peut constater le bon accord avec les valeurs expérimentales lorsque  $N \leq 20$ , par contre les valeurs mesurées dans les isotopes plus riches en neutron sont à peu près deux fois plus faibles que celles attendues d'après la systématique. Cela démontre, une fois de plus, que les propriétés des noyaux riches en neutron ne peuvent être déduites de l'extrapolation simple de celles des noyaux proches de la ligne de stabilité.

## VII- CONCLUSION

Grâce à des modèles simples dont les caractéristiques générales ont été décrites dans ce cours, les valeurs des probabilités de transition entre états excités, ainsi que les valeurs des moments multipolaires des états fondamentaux ou excités permettent de déterminer qualitativement le comportement des noyaux. Une description quantitative nécessite, quant à elle, des modèles nucléaires plus élaborés, où le champ moyen est déterminé d'une manière auto-cohérente et pour lesquels les calculs prennent en compte les corrélations entre nucléons de valence (calculs au-delà du champ moyen).